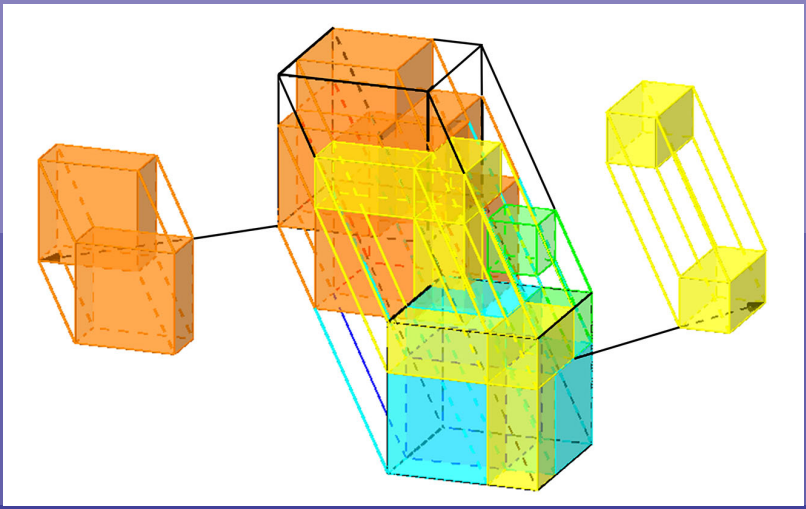
Andreas Filler
Anselm Lambert (Hrsg.)

Geometrie mit Tiefe



Andreas Filler
Anselm Lambert (Hrsg.)

Geometrie mit Tiefe

Vorträge auf der 34. Herbsttagung des
Arbeitskreises Geometrie in der
Gesellschaft für Didaktik der Mathematik
vom 8. bis 10. September 2017
in Saarbrücken

Andreas Filler, Anselm Lambert (Hrsg.)
Geometrie mit Tiefe
Arbeitskreises Geometrie 2017
Titelbild: Thomas Wainer (Saarbrücken) „Hyperquader a^2b^2"

ISBN 978-3-88120-610-5

1. Auflage 2018
Veröffentlicht im Verlag Franzbecker
Hildesheim

© 2017 Verlag Franzbecker, Hildesheim
www.franzbecker.de

Inhaltsverzeichnis

Editorial 1

Hans-Dieter Sill
Zur Didaktik des Geometrieunterrichts in der DDR 3

Edmond Jurczek
Ist Logik symmetrisch, und wie logisch ist Symmetrie? 43

Jörg Meyer
Symmetrie in beiden Sekundarstufen 59

Hans Walser
Klassifikation der Symmetriegruppen der Flächenornamente als Werkzeug 75

Stephanie Gleich
Ein „neuer“ Aufgabentyp von Dreieckskonstruktionen?! 91

Dörte Haftendorn
Kurven und Tiefe 103

Manfred Schmelzer
Mathematische Erschließungsmethoden in der Geometrie 111

Raumgeometrische Entdeckungen am Beispiel „Würfelbillard“
Heinz Schumann 135

Heinz Schumann
Raumgeometrisches Entdecken an und mit Polyedern 153

Autorenverzeichnis 171

Editorial

Andreas Filler, Anselm Lambert

Der vorliegende Tagungsband enthält Beiträge der Herbsttagung 2017 des Arbeitskreises Geometrie in der GDM, die unter dem übergeordneten Thema *Geometrie mit Tiefe* stand. Einen Schwerpunkt stellten dabei Überlegungen zur Symmetrie als verbindendem Prinzip zwischen Geometrie und anderen Bereichen der (Schul-)Mathematik und darüber hinaus dar. Dies wird nicht nur in den explizit das Thema „Symmetrie“ ansprechenden Beiträgen, sondern auch in einer Reihe weiterer Beiträge dieses Bandes deutlich, in denen Symmetrieüberlegungen auftreten.

Den Hauptvortrag *Zur Didaktik des Geometrieunterrichts in der DDR* hielt *Hans-Dieter Sill*. Sein Beitrag ist nicht nur aus historischer Sicht hinsichtlich von Gemeinsamkeiten und Unterschieden zwischen den Herangehensweisen an didaktische Probleme in der DDR und in der Bundesrepublik interessant, sondern vor allem in Bezug auf nach wie vor offene Fragen insbesondere zur Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens und des Könnens im Lösen geometrischer Konstruktionsaufgaben in der Ebene und im Raum. Dazu enthält der Beitrag Vorschläge und empirische Ergebnisse.

Einige Beiträge befassen sich explizit unter verschiedenen Blickwinkeln mit Symmetrie. So zeigt *Edmond Jurczek* in seinem Beitrag *Ist Logik symmetrisch, und wie logisch ist Symmetrie?* anhand von Beispielen aus der Kunstgeschichte, der Biologie, Chemie und der Mathematischen Physik auf, wie Logik, verstanden als Wissenschaft von Denkmustern, zu außerordentlichen Strukturen beziehungsweise symmetrischen Ergebnissen geführt hat.

Jörg Meyer stellt im ersten Teil seines Beitrags *Symmetrie in beiden Sekundarstufen* dar, wie unterschiedliche Facetten des Symmetriebegriffs die Schulmathematik durchziehen. Im zweiten (der Sekundarstufe II zuzuordnenden) Teil wird der Symmetriegedanke in unterschiedlicher Art und Weise für die Erzeugung von Kurven fruchtbar gemacht.

Der Beitrag *Klassifikation der Symmetriegruppen der Flächenornamente als Werkzeug* von *Hans Walser* beschreibt die Nutzung einer derartigen Systematisierung für den Beweis eines anspruchsvollen Satzes aus der Elementargeometrie. Die Idee dabei ist, ein lokales Phänomen in eine Übersichtsdarstellung einzubinden und von daher zu verstehen.

Stephanie Gleich befasst sich in dem Beitrag *Ein „neuer“ Aufgabentyp von Dreieckskonstruktionen?!* mit Problemstellungen, bei denen drei Geraden gegeben sind und Dreiecke gesucht werden, in denen diese Geraden besondere Linien (Mittelsenkrechten, Winkelhalbierende, Höhen oder Seitenhalbierende) sind. Anhand zweier Beispiele stellt sie Lösungen derartiger Probleme vor.

In ihrem Beitrag *Kurven und Tiefe* untersucht *Dörte Haftendorn* bipolare Kurven (Cassini’sche Kurven, Ellipsen, Hyperbeln und allgemeinere Descartes’sche Kurven). Durch ihre einfache Konstruktion mithilfe von GeoGebra sind Erkundungen schon für junge Lernende möglich. Das Verständnis der beobachteten Formen wird unterstützt durch die Darstellung der Konstruktionsbedingungen in einem simultanen zweiten Grafikfenster.

Im Zentrum des Beitrags *Mathematische Erschließungsmethoden in der Geometrie* von *Manfred Schmelzer* stehen Skalierungen im weiteren Sinne, die er – neben anderen Schließungsprinzipien – u. a. für Herleitungen von Flächeninhalts- und Volumenformeln sowie für die Bestimmung von Integralen nutzt.

Von *Heinz Schumann* stammen zwei Beiträge zur Raumgeometrie. Der erste davon, *Raumgeometrische Entdeckungen am Beispiel „Würfelbillard“*, der auf einen bereits auf der Herbsttagung 2016 gehaltenen Vortrag zurückgeht, befasst sich mit der Anwendung heuristischer Methoden bei Billardbahnen in konvexen Polyedern, deren Erkundung sich für raumgeometrische Aktivitäten eignet. Eine wichtige Bedeutung kommt hierbei, wie auch in dem Beitrag *Raumgeometrisches Entdecken an und mit Polyedern* der Nutzung Dynamischer Raumgeometrie-Systeme (DRGS) zu. Dort wird deutlich, wie ausgehend vom Würfel durch Manipulationen und Variationen eine Vielfalt räumlicher Körper konstruiert und untersucht werden kann.

Zur Didaktik des Geometrieunterrichts in der DDR

Hans-Dieter Sill

Zusammenfassung. Im Beitrag werden zunächst die wissenschaftlichen Einrichtungen der DDR, an denen Forschungen zum Mathematikunterricht betrieben wurden, genannt. Dann wird nachgewiesen, dass die Wissenschaften Mathematikmethodik in der DDR und Mathematikdidaktik in der BRD die gleichen Gegenstände haben. Zur Einordnung der vorgestellten Ergebnisse werden dann die Entwicklungsphasen des Mathematikunterrichts in der DDR sowie Rahmenbedingungen und Merkmale für die Forschungen dargestellt. Dann werden generelle Ergebnisse der Forschungen zum Geometrieunterricht vorgestellt und auf Defizite, die auch heute noch bestehen, hingewiesen. Anschließend werden Vorschläge und empirische Ergebnisse zur Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens sowie Vorschläge und empirische Ergebnisse zur Entwicklung des Könnens im Lösen geometrischer Konstruktionsaufgaben in der Ebene und im Raum in Auswertung von zwei Qualifizierungsarbeiten referiert. Der Anhang enthält eine Aufstellung von Dissertationen A und B zum Geometrieunterricht in der DDR.

Anliegen des Vortrages

Nach 1989 gab es von Seiten zahlreicher Mathematikdidaktiker der alten Bundesländer ein großes Interesse an einem wissenschaftlichen Austausch mit ihren neuen Kollegen aus dem Osten. Es kam zu zwei Tagungen, einem gemeinsamen Symposium im Oktober 1990 am IDM und einer Doppeltagung im Jahre 1996 in Osnabrück und Magdeburg, auf denen Vertreter beider Wissenschaftlergruppen sich zu gleichen Themen äußerten. Der Tagungsband zur Doppeltagung erschien erst im Jahre 2003 (Henning und Bender 2003), einige der Beiträge sind auch im ZDM (2003, Heft 4) veröffentlicht. Die Durchführung beider Tagungen ist vor allem den Initiativen von Hans-Georg Steiner vom IDM zu verdanken. Die Reflektion von Forschungsergebnissen aus der DDR hat dann jedoch nachgelassen. Heute findet man nur noch in sehr wenigen wissenschaftlichen Publikationen Verweise auf entsprechende Literatur. So sind im Handbuch der Mathematikdidaktik (2015) von den insgesamt ca. 1700 Literaturangaben nur 18 Angaben zu fachdidaktischen Arbeiten aus der DDR. Und auch im Lehrbuch zur Didaktik der Geometrie (Weigand et al. 2014) gibt es nur zwei Literaturangaben zu fachdidaktischen Arbeiten aus der DDR. Ausnahmen bilden das ver-

breitete Didaktiklehrbuch von Zech und die Monographie von Maier zum räumlichen Vorstellungsvermögen (Maier 1999).

Es gibt eine große Fülle von Publikationen, die es sowohl mit Blick auf den heutigen Mathematikunterricht als auch aus historischer Sicht Wert sind, in die aktuellen wissenschaftlichen Arbeiten einbezogen zu werden. So sind in der Fachzeitschrift „Mathematik in der Schule“ in den Jahren bis 1990 etwa 1200 Artikel zu konkreten Problemen der Gestaltung des Mathematikunterrichts erschienen. Auf Madipedia habe ich 269 Einträge von Dissertationen und 28 Einträge zu Habilitationen bzw. Dissertationen B in der DDR gefunden. Es ist sehr erfreulich, dass offensichtlich im Ergebnis eines Projektes an der Universität Potsdam, in wahrscheinlich mühseliger Arbeit, die Quellenangaben zu den Qualifizierungsarbeitern zusammengetragen wurden. Die Anzahl der aufgeführten Dissertationen A ist nach meiner Einschätzung allerdings bei weitem nicht vollständig. Mit eigenen Unterlagen habe ich die Liste der Dissertationen B vervollständigen können, es sind allein 40 seit 1975. Die Anzahl dieser Arbeiten in der BRD ist geringer, Burscheid (2003) berichtet von 161 Dissertationen und 28 Habilitationen im Zeitraum von 1966 bis 1990, wobei ein großer Teil der Dissertationen fachwissenschaftliche Arbeiten waren. In der DDR waren Promotionen von Didaktikern im Fach die Ausnahme.

Eine der Ursachen für die weitgehende Nichtbeachtung von Ergebnissen der Mathematikmethodik in der DDR liegt sicher in der Tatsache begründet, dass nur wenige der damaligen Hochschullehrer nach 1990 weiterarbeiten konnten, wie im folgenden Abschnitt genauer angegeben wird. Ein weiterer Hinderungsgrund ist die schwierige Literaturlage. Die für heute interessantesten Ergebnisse sind nicht hauptsächlich in der Fachzeitschrift „Mathematik in der Schule“ oder den Unterrichtshilfen zu finden, sondern in den Dissertationen, den wissenschaftlichen Zeitschriften der Einrichtungen und der so genannten grauen Literatur. Die Qualifizierungsarbeiten liegen nur in wenigen Exemplaren in den Bibliotheken der Einrichtungen bzw. in der deutschen Nationalbibliothek vor. Es mag aber auch an ideologischen Vorbehalten liegen, jedenfalls spricht dies aus den lapidaren Bemerkungen von Horst Struve zur Mathematikdidaktik in der DDR (Bruder et al. 2015, S. 540).

Mit meinem Vortrag will ich dazu beitragen, das Defizit in der Literaturrezeption zu mindern. Wenn man den realen Mathematikunterricht in

Deutschland und die Unterrichtenden in den Blick nimmt, ist es mir unverständlich, dass die Erfahrungen mit dem deutschen Mathematikunterricht in der DDR, die zahlreichen Ideen und Anregungen aus dieser Zeit fast vollständig ignoriert werden. Die Mehrzahl der Arbeiten in der DDR beschäftigt sich mit Problemen des realen Mathematikunterrichts und könnte damit eine Bereicherung der heutigen Fachdidaktik sein, deren größtes Defizit aus meiner Sicht die geringe Relevanz vieler Forschungen für den Mathematikunterricht in unserem Land ist. Es gibt weiterhin mehr Gemeinsamkeiten des Mathematikunterrichts in Deutschland mit dem in der DDR, als mit dem Unterricht in vielen anderen Ländern der Welt, allein aus kultureller, sprachlicher oder curricularer Sicht.

Ich bedanke mich bei Prof. Dr. Peter Borneleit für die vielen wertvollen Hinweise und Ergänzungen zu meinem Beitrag.

Wissenschaftliche Einrichtungen zur Didaktik des Mathematikunterrichts in der DDR

Universitäten, Pädagogische Hochschulen (PH) und Institute für Lehrerbildung (IfL)

Die Ausbildung von Lehrern für die Sekundarstufen erfolgte an Universitäten und Pädagogischen Hochschulen. Die Pädagogischen Hochschulen besaßen seit den 70iger Jahren Promotions- und Habilitationsrecht. Zu den Hochschullehrern gehörten die Professoren und Dozenten. Die Berufung zum Dozenten setzte in der Regel die Habilitation und die Lehrbefähigung (facultas dozendi) voraus. Eine Professorenstelle entsprach einer C4-Professur und eine Dozentenstelle einer C3-Professur.

Institute für Lehrerbildung (IfL) waren Fachschulen, an denen Unterstufenlehrer (Klassen 1 bis 4) sowie Heimerzieher und Pionierleiter ausgebildet wurden. Sie waren mit den in der BRD zur gleichen Zeit gegründeten Pädagogischen Fachseminaren vergleichbar. Institute für Lehrerbildung gab es in Auerbach, Cottbus, Potsdam, Weimar, Templin, Berlin-Hohenschönhausen, Staßfurt, Nossen, Radebeul, Löbau, Leipzig, Rostock, Nordhausen, Neuzelle. An den IfL wurden nur in wenigen Fällen Forschungsarbeiten durchgeführt, so in Auerbach, Cottbus und Potsdam.

Einrichtung	**Hochschullehrer im Studienjahr 1989/90**
Humboldt-Universität Berlin	Brigitte Frank, Günter Pietzsch, Werner Stoye, Dieter Ilse, Marianne Grassmann
Karl-Marx-Universität Leipzig	Hans Bock, Peter Borneleit, Peter Göthner
TU Magdeburg	Herbert Henning
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg	Werner Walsch, Lothar Flade
Wilhelm-Pieck-Universität Rostock	-
Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifwald	Hans-Peter Mangel
Friedrich-Schiller-Universität Jena	Günther Schlosser
Technische Universität Karl-Marx-Stadt	Horst Elfers, Lothar Frenzel, Wolfgang Steinhöfel
PH „Karl Friedrich Wilhelm Wander“ Dresden – Pädagogisches Institut seit 1952, 1967 PH	Klaus Ritter, Siegfried Schneider
PH „Dr. Theodor Neubauer“ Erfurt/Mühlhausen seit 1953, 1969 PH	Theo Glocke, Wolfgang Zillmer
PH „Liselotte Herrmann“ Güstrow – Pädagogisches Institut seit 1952, 1972 PH	Hans-Dieter Sill
Pädagogische Hochschule Halle-Köthen „N.K. Krupskaja“ – Pädagogisches Institut seit 1952, 1972/1974 PH	Klaus Freytag, Werner Jungk, Manfred Gimpel, Eberhard Stöckel
PH „Karl Liebknecht“ Potsdam – Brandenburgische Landeshochschule seit 1948, 1951 PH	Regina Bruder, Horst Müller
PH „Ernst Schneller“ Zwickau – Pädagogisches Institut in Karl-Marx-Stadt seit 1956	-
IfL Auerbach	Wolfram Türke

Von den aufgeführten Hochschullehrern waren nach 1990 nur Marianne Grassmann, Hans Bock, Peter Borneleit, Herbert Henning, Werner Walsch, Hans-Peter Mangel, Hans-Dieter Sill und Regina Bruder als Hochschullehrer tätig. Alle Pädagogischen Hochschulen wurden Universitäten angeschlossen, die Hochschullehrerstellen wurden dabei nicht übernommen.