

Julia Ollesch

Entwicklung eines Testinstruments  
zur Erfassung professionellen Wissens  
im Umgang mit multimedialen  
Repräsentationen  
im Mathematikunterricht



1. Auflage Dezember 2018  
Veröffentlicht im Verlag Franzbecker  
Hildesheim

© 2018 Verlag Franzbecker, Hildesheim

ISBN 978-3-88120-539-9

Julia Ollesch  
Entwicklung eines Testinstruments zur Erfassung professionellen Wissens  
im Umgang mit multimedialen Repräsentationen im Mathematikunterricht  
tmfl Band 88

[www.franzbecker.de](http://www.franzbecker.de)

# Danksagung

Mein besonderer Dank gilt meinem Betreuer Prof. Dr. Markus Vogel. Er hat meine Arbeit mit zahlreichen produktiven wissenschaftlichen Diskussionen sowie mit kompetenter und professioneller Unterstützung weitergebracht. Herzlichen Dank für die Anregung zur Promotion, das interessante Thema und den Rückhalt in dieser Zeit.

Des Weiteren möchte ich mich auch bei meinem Zweitbetreuer Prof. Dr. Tobias Dörfler herzlich bedanken. Er stand für diese Arbeit nicht nur als Zweitgutachter zur Verfügung, sondern bereicherte meine Arbeit kontinuierlich durch seine aktive Unterstützung und zahlreiche wissenschaftliche Diskussionen.

Insbesondere die unkomplizierte Zusammenarbeit mit beiden Betreuern war sehr bereichernd, nicht zuletzt durch die interdisziplinären Aspekte der Mathematikdidaktik und der Psychologie, die hierdurch zum Tragen kamen. Einen großen Dank für das entgegengebrachte Vertrauen in meine Arbeit und die sehr angenehme Zusammenarbeit!

Frau Dr. Juliane Rutsch und Marita Friesen danke ich für das kollegiale Miteinander und den wichtigen Austausch und in jeder Phase meiner Promotion, der wesentlich zu dieser Arbeit beigetragen hat.

Den Betreuern und Kollegiaten des Forschungs- und Nachwuchskollegs *Effektive Kompetenzdiagnose in der Lehrerbildung* (EKoL) danke ich für einen regen Austausch sowie anregende Diskussionen.

Einen großen Dank möchte ich an die fleißigen Korrekturleser richten, die einige Stunden Zeit investiert haben, um dieser Arbeit den letzten Schliff zu geben: Laura Esser, Fabian Grünig, Anna Lena Knörr, Barbara Maier-Schicht, Tobias Schierhuber, Ute Schulte.

Nicht zuletzt möchte ich mich auch bei den vielen Experten bedanken, die mich bei der Entwicklung des Testinstruments unterstützt und sehr viel Zeit investiert haben.



# Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	<b>1</b>
Tabellenverzeichnis	<b>4</b>
Abkürzungsverzeichnis	<b>6</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>9</b>
<b>2 Professionelle Kompetenzen von Lehrkräften</b>	<b>13</b>
2.1 Professionelles Wissen und Können . . . . .	15
2.1.1 Deklaratives, prozedurales und strategisches Wissen . .	16
2.1.2 Operationalisierung nach Shulman . . . . .	19
2.2 Überzeugungen . . . . .	20
2.2.1 Epistemologische Überzeugungen . . . . .	22
2.2.2 Überzeugungen über das Lehren und Lernen . . . . .	22
2.3 Motivationale Orientierungen . . . . .	24
2.3.1 Selbstwirksamkeit . . . . .	25
2.3.2 Selbstkonzept . . . . .	27
2.4 Selbstregulation . . . . .	30
2.5 Die Entwicklung professioneller Kompetenzen . . . . .	33
2.6 Die Messung professioneller Kompetenzen . . . . .	36
2.6.1 Methoden . . . . .	36
2.6.2 Vorstellung ausgewählter Studien . . . . .	39
2.7 Das Kompetenzmodell der EKoL-Studie . . . . .	48
2.7.1 Einflüsse auf und Wirkung von professionellen Kom- petenzen . . . . .	50

2.7.2	Beratungs- und Organisationswissen . . . . .	50
2.7.3	Pädagogisches Wissen . . . . .	51
2.7.4	Fachwissen . . . . .	52
2.7.5	Fachdidaktisches Wissen . . . . .	53
2.8	Professionelles Wissen unter Berücksichtigung des Einsatzes (neuer) Technologien: Kompetenzfacetten des Teilprojektes EKoL 10 . . . . .	54
<b>3</b>	<b>Mathematikdidaktische Grundlagen zu den Inhaltsbereichen <i>Funktionen und Geometrie</i></b>	<b>60</b>
3.1	Funktionen . . . . .	61
3.1.1	Der Funktionsbegriff . . . . .	62
3.1.2	Funktionales Denken . . . . .	64
3.1.3	Die Entwicklung funktionalen Denkens . . . . .	69
3.1.4	Funktionen im Mathematikunterricht . . . . .	72
3.1.5	Der Einsatz des Computers im Mathematikunterricht zum Thema Funktionen . . . . .	75
3.2	Geometrie . . . . .	79
3.2.1	Geometrische Denkweisen . . . . .	80
3.2.2	Die Entwicklung geometrischer Denkweisen . . . . .	84
3.2.3	Geometrie im Mathematikunterricht . . . . .	91
3.2.4	Der Einsatz des Computers im Mathematikunterricht zum Thema Geometrie . . . . .	94
<b>4</b>	<b>Repräsentationen unter Einbezug von multimedibasierten Lernumgebungen</b>	<b>100</b>
4.1	Multiple Repräsentationen . . . . .	104
4.2	Dynamische Repräsentationen . . . . .	105

4.3	Dynamische Geometriesoftware . . . . .	107
4.4	Multimediale Repräsentationen . . . . .	112
4.4.1	Multimediales Lernen . . . . .	114
4.4.2	Facetten multimedialen Lernens . . . . .	124
<b>5</b>	<b>Empirische Studien I: Konstruktbestimmung</b>	<b>130</b>
5.1	Qualitative Expertenbefragung . . . . .	130
5.1.1	Forschungsfragen . . . . .	130
5.1.2	Methode . . . . .	131
5.1.3	Ergebnisse . . . . .	137
5.1.4	Zusammenfassung und Diskussion . . . . .	139
5.2	Quantitative Expertenbefragung . . . . .	141
5.2.1	Forschungsfragen . . . . .	141
5.2.2	Methode . . . . .	143
5.2.3	Ergebnisse . . . . .	151
5.2.4	Zusammenfassung und Diskussion . . . . .	153
5.3	Gesamtdiskussion der empirischen Studie I . . . . .	156
<b>6</b>	<b>Theoretische Grundlagen zu den psychologischen Facetten</b> <b><i>Kognitive Anforderungen an die Schüler und Gegenseitige</i></b> <b><i>Ergänzung multimedialer Repräsentationen</i></b>	<b>158</b>
6.1	Kognitive Anforderungen an die Schüler . . . . .	158
6.2	Gegenseitige Ergänzung multimedialer Repräsentationen . . .	165
<b>7</b>	<b>Empirische Studien II</b>	<b>170</b>
7.1	Pilotstudie . . . . .	170
7.1.1	Forschungsfrage und Hypothesen . . . . .	170

## INHALTSVERZEICHNIS

---

7.1.2	Methode . . . . .	173
7.1.3	Auswertung . . . . .	180
7.1.4	Ergebnisse . . . . .	183
7.1.5	Diskussion . . . . .	192
7.2	Hauptstudie . . . . .	195
7.2.1	Forschungsfrage und Hypothesen . . . . .	195
7.2.2	Methode . . . . .	197
7.2.3	Auswertung . . . . .	199
7.2.4	Ergebnisse . . . . .	203
7.2.5	Diskussion . . . . .	221
<b>8</b>	<b>Gesamtdiskussion und Ausblick</b>	<b>226</b>
	<b>Literatur</b>	<b>231</b>



# 1 Einleitung

Der Medieneinsatz im (Mathematik-) Unterricht wird heutzutage von verschiedenen Stellen gefordert, wie etwa durch die Bildungsstandards (Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2004a). Darüber hinaus wird der Mehrwert in Literatur und Forschung mehrfach betont (z. B. Maier, 1998; Mayer, 2009; Moser, 2011). Dennoch findet der Medieneinsatz im Schulalltag nur sporadisch statt. Ein Grund dafür ist häufig die Skepsis der Lehrkräfte gegenüber dem Mehrwert des Medieneinsatzes (Moser, 2011). Oftmals ist der Aufwand eines Raumwechsels oder Ähnlichem mit dem Medieneinsatz verbunden und die Schüler<sup>2</sup> müssen sich erst mit der Technik vertraut machen, um sie entsprechend nutzen zu können. Durch diesen befürchteten Zeitverlust und die Erfahrung von Lehrkräften, dass Schüler immer wieder zu Spielereien mit den neuen Medien tendieren, wird der Einsatz häufig als nicht lohnenswert empfunden (vgl. Moser, 2011). Eine weitere Hürde für den Einsatz von Medien ist die oftmals geringe Kenntnis der Lehrkräfte über den technischen und didaktischen Umgang damit. Wie bereits Hattie (2015) anmerkt, ist es entsprechend erforderlich, dass Lehrkräfte die Optimierung des Medieneinsatzes lernen. Hierzu gehören sowohl technisches als auch fachliches und didaktisches Wissen. Mishra und Koehler (2006) bezeichnen das Zusammenspiel dieser Komponenten als technologisch-fachdidaktisches Wissen, über das Lehrkräfte für einen gewinnbringenden Medieneinsatz im (Mathematik-) Unterricht verfügen sollten.

Wo jedoch lernen Lehrkräfte etwas über technologisch-fachdidaktisches Wissen? Die Antwort scheint klar auf der Hand zu liegen: In der Ausbildung. Die Untersuchung der Ausbildung und des Anstiegs technologisch-fachdidaktischen Wissens zum Medieneinsatz im (Mathematik-) Unterricht ist das Ziel dieser Arbeit. Bislang liegen wenige Erkenntnisse zur Struktur und zum Einfluss des technologisch-fachdidaktischen Wissens vor (z. B. Cabus, Haelerm-

---

<sup>2</sup>Soweit es möglich ist, wird in der vorliegenden Arbeit eine geschlechtsneutrale Sprache verwendet, in der Männer und Frauen gleichermaßen vertreten sind. Oftmals ist dies allerdings nicht möglich ohne den Lesefluss und die Verständlichkeit des Textes zu beeinträchtigen. An diesen Stellen wird das generische Maskulinum verwendet, mit der jedoch gleichermaßen weibliche Personen gemeint sind.

ans & Franken, 2017; Mukaila & Paul, 2014). Ziel der vorliegenden Arbeit ist daher die Entwicklung eines Testinstruments zur Erfassung technologisch-fachdidaktischen Wissens zum Einsatz von Computern im Mathematikunterricht. Insbesondere wird Wert auf die Schnittstelle zwischen den beiden Disziplinen Mathematikdidaktik und Psychologie gelegt: Die mathematikdidaktische Komponente des Computereinsatzes ist bereits gut erforscht (z. B. Weigand & Weth, 2002), jedoch sind bisher wenig Erkenntnisse aus dem interdisziplinären Feld der Mathematikdidaktik und der kognitionspsychologischen Komponente des Medieneinsatzes vorhanden.

In der vorliegenden Arbeit wird die Entwicklung eines Testinstruments zur Erfassung technologisch-fachdidaktischen Wissens in den mathematischen Teilbereichen *Funktionen* und *Geometrie* und mit dem kognitionspsychologischen Fokus auf *Kognitive Anforderungen an die Schüler* sowie *Gegenseitige Ergänzung multimedialer Repräsentationen* beschrieben. Das Testinstrument wurde im Verlauf des Projekts ausführlich durch eine mehrstufige Expertenbefragung und eine Pilotstudie an der Zielgruppe *Studierende des Lehramts mit dem Fach Mathematik* validiert und darüber hinaus bereits an einer größeren Stichprobe in der Hauptstudie eingesetzt. Zusätzlich wurden verschiedene Kovariaten erhoben, die das Testinstrument empirisch im gegebenen theoretischen Kontext einbetten und über deren Zusammenhänge weiterhin die Validität des Testinstruments geprüft werden kann.

Die vorliegende Arbeit ist im Rahmen des Forschungs- und Nachwuchskollegs *Effektive Kompetenzdiagnose in der Lehrerbildung (EKoL)* entstanden. In diesem Kolleg wird in verschiedenen Disziplinen das professionelle Wissen von (angehenden) Lehrkräften mit unterschiedlichen Schwerpunkten untersucht. In allen Projekten wurde zunächst ein Testinstrument zur Erfassung dieses professionellen Wissens domänen- und schwerpunktspezifisch entwickelt. In der weiterführenden Phase des Kollegs soll das entwickelte und validierte Testinstrument gezielt eingesetzt werden, um beispielsweise Erkenntnisse zur Optimierung des Studienverlaufs zu gewinnen. Das Ziel dieses Kollegs ist die Erforschung der Entwicklung professionellen Wissens in unterschiedlichen Disziplinen.

Im ersten Kapitel der vorliegenden Arbeit wird auf die professionellen Kompetenzen von Lehrkräften eingegangen. Es wird insbesondere auf die in der aktuellen Forschung weit verbreitete Unterteilung der professionellen Kompetenz in die vier Bereiche *professionelles Wissen*, *Überzeugungen*, *Motivationale Orientierungen* und *Selbstregulation*, deren Entwicklung und Erfassung eingegangen. Der Fokus des beschriebenen Forschungsprojektes liegt auf dem Teilbereich des professionellen Wissens, insbesondere dem technologisch-fachdidaktischen Wissen, das in diesem Kapitel näher erläutert wird.

In den darauf folgenden Kapiteln wird auf die Schwerpunkte im entwickelten Testinstrument eingegangen: In Kapitel drei werden zunächst die beiden mathematischen Inhalte *Funktionen* und *Geometrie* charakterisiert. Insbesondere wird auf deren Relevanz für das Verständnis von Mathematik sowie die Grundlagen funktionalen beziehungsweise geometrischen Denkens eingegangen. Im anschließenden vierten Kapitel wird die Relevanz von (dynamischen) Repräsentationen im Mathematikunterricht diskutiert und bedeutende psychologische Facetten multimedialen Lernens werden erläutert.

Auf Basis dieser theoretischen Grundlagen wurde ein Testinstrument entwickelt, dessen ausführliche Validierung unter Einbezug aller an der Lehrerbildung beteiligten Institutionen in Kapitel fünf dargelegt wird. Die Validierung wurde in einer mehrstufigen Expertenbefragung durchgeführt. Eine qualitative Expertenbefragung diente der Sicherstellung der Eignung der entwickelten Vignetten inklusive der zugehörigen Computeranwendungen und Unterrichtssituationen für das Testinstrument. Eine weitere, quantitative Expertenbefragung hatte die Auswahl geeigneter Vignetten sowie die Bestimmung des Fokus auf zwei psychologische Facetten für das Testinstrument zum Ziel.

Die Theorie zu den beiden ausgewählten psychologischen Facetten *Kognitive Anforderungen an die Schüler* und *Gegenseitige Ergänzung multimedialer Repräsentationen* werden in Kapitel sechs ausführlich dargelegt. Es werden allgemeine Prinzipien multimedialen Lernens in Bezug auf diese beiden Facetten beschrieben und für beide Facetten jeweils auf das vorliegende Testinstrument spezifiziert.

In Kapitel sieben wird die Pilotierung des Testinstruments an der Zielgruppe *Studierende des Lehramts mit dem Fach Mathematik* und ihre Ergebnisse dargelegt. Des Weiteren wird auf den ersten Einsatz des Testinstruments in der Hauptstudie der vorliegenden Arbeit eingegangen. Die Studie zeigt sehr gute Ergebnisse: Sie bestätigen die Validität und die Funktionalität des Testinstruments, das nun für weitergehende Forschungsfragen eingesetzt werden kann.

Die einzelnen Projekte des Forschungs- und Nachwuchskollegs *EKoL* werden an den Pädagogischen Hochschulen Heidelberg und Ludwigsburg unter gemeinsamer Leitung durchgeführt und finden durch die Förderung des Landes Baden-Württemberg und in Kooperation mit den Staatlichen Seminaren für Didaktik und Lehrerbildung Karlsruhe und Ludwigsburg statt.

## 2 Professionelle Kompetenzen von Lehrkräften

Die Anforderungen an Lehrkräfte in ihrem Beruf sind vielseitig und gleichermaßen komplex. Dahingehend benennt Cramer (2012) diverse Aufgaben einer Lehrkraft, die dieser von verschiedenen Seiten gestellt werden. Auf der einen Seite erwarten die Kollegen eine gute Zusammenarbeit und die Schule ein harmonisches Kollegium, auf der anderen Seite ist der Unterrichtsalltag weitgehend autonom zu bewältigen. Lehrkräfte werden im Alltag vor diverse fachunspezifische Anforderungen wie etwa Kommunikation, Verwaltung, Erziehung, Disziplinierung und Konfliktlösung gestellt, aber auch vor multi-komplexe Anforderungen des jeweiligen Faches und der zugehörigen Didaktik (vgl. Cramer, 2012). Sherin und Star (2011) benennen einige fachspezifische Aufgaben von Mathematiklehrkräften: Lösen mathematischer Probleme, Beurteilen der Ideen ihrer Schüler, Anfertigen von Unterrichtsentwürfen und Entwerfen von Klassenarbeiten. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass Lehrkräfte mit beachtlich vielen unterschiedlichen Anforderungen seitens der Schule, Kollegen, Eltern und Schüler konfrontiert werden. Daraus lässt sich ableiten, dass Lehrkräfte über diverse Kompetenzen verfügen müssen, um ihren (Unterrichts-) Alltag gewinnbringend zu gestalten. Der Kompetenzansatz setzt genau an dieser Stelle an und hinterfragt, wie berufsrelevante Kompetenzen in der Ausbildung erlernt werden können (Cramer, 2012).

In den 50er und 60er Jahren wurde in der Forschung der Fokus vor allem auf spezifische Persönlichkeitsmerkmale gelegt, wie beispielsweise die fünf unter dem Namen *BIG 5* bekannten Merkmale *Neurotizismus*, *Extraversion*, *Offenheit*, *Verträglichkeit* und *Gewissenhaftigkeit*. Diese Persönlichkeitsmerkmale wurden als Prädiktor für den Erfolg im Lehrberuf untersucht, es konnten jedoch keine konkreten Merkmalsbündel eines *guten Lehrers* eindeutig empirisch bestätigt werden (Brühwiler, 2014). Heutzutage wird sich an umfangreicheren Modellen orientiert, wie beispielsweise dem Modell professioneller Kompetenzen nach Baumert und Kunter (2011a).