

Katja Maaß

Mathematisches Modellieren im Unterricht

Ergebnisse einer
empirischen Studie



30

texte zur mathematischen forschung und lehre

texte zur
mathematischen
forschung und lehre

30

Katja Maaß

Mathematisches Modellieren im Unterricht

Ergebnisse einer empirischen Studie



Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek
Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen
Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet
über <<http://dnb.ddb.de>> abrufbar.

Bibliographic information published by Die Deutsche Bibliothek
Die Deutsche Bibliothek lists this publication in the Deutsche
Nationalbibliografie; detailed bibliographic data is available in the
Internet at <<http://dnb.ddb.de>>.

Die Arbeit ist entstanden als Dissertation zur Erlangung des Doktorgrades phil. am Fachbereich
Erziehungswissenschaften der Universität Hamburg.
Tag der Disputation: 10.12.2003

ISBN 978-3-88120-380-7
tmfl 30

Katja Maaß
Mathematisches Modellieren im Unterricht
Ergebnisse einer empirischen Studie

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte, insbesondere die der
Vervielfältigung und Übertragung auch einzelner Textabschnitte, Bilder oder Zeichnungen
vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Zustimmung des Verlages in
irgendeiner Form reproduziert werden (Ausnahmen gem. 53, 54 URG). Das gilt sowohl
für die Vervielfältigung durch Fotokopie oder irgendein anderes Verfahren als auch für die
Übertragung auf Filme, Bänder, Platten, Transparente, Disketten und andere Medien.

DANKSAGUNG

Während der Erstellung dieser Arbeit habe ich von vielen Seiten Unterstützung erhalten, für die ich mich an dieser Stelle bedanken möchte.

Mein Dank gilt zunächst Frau Prof. Dr. Gabriele Kaiser, ohne die diese Arbeit nicht entstanden wäre und die mich in allen Belangen unterstützt hat. Ebenso möchte ich Herrn Prof. Dr. Werner Blum für seine außerordentlich konstruktive Unterstützung danken.

Darüber hinaus danke ich Herrn Prof. Dr. Wilfried Herget und Herrn Heinrich Abel für die Einführung in die Istron-Gruppe, durch die ich die didaktische Forschung um Realitätsbezüge kennen gelernt habe. Herrn Prof. Dr. Hans-Wolfgang Henn möchte ich dafür danken, dass er meine ersten Schritte in der nationalen und internationalen Forschungsgemeinschaft unterstützt hat.

Die vorliegende Studie hätte ohne Hilfe von schulischer Seite nicht durchgeführt werden können und ich möchte allen Mitgliedern der Schulleitung sowie der Vorsitzenden des Elternbeirates herzlich dafür danken. Ein ganz besonderer Dank geht außerdem an meine vielen Schülerinnen und Schüler, die mir immer ehrlich ihre Meinung gesagt haben.

Herrn Dr. Stephan Rosebrock und Herrn Dr. Gerald Wittmann danke ich für das engagierte Korrekturlesen meiner Arbeit. Viele wichtige Hinweise während der Erhebungs- und Auswertungsphase verdanke ich außerdem den Mitgliedern des Forschungskolloquiums von Frau Prof. Dr. G. Kaiser.

Nicht zuletzt möchte ich allen Freunden sowie meiner Familie, insbesondere meinen Eltern und meinem Mann für ihre Unterstützung danken.

INHALTSVERZEICHNIS

EINLEITUNG	9
TEIL I: THEORETISCHER ANSATZ DER STUDIE.....	14
1 REALITÄTSBEZÜGE IM MATHEMATIKUNTERRICHT.....	14
1.1 <i>Begriffsdefinitionen</i>	16
1.2 <i>Zielsetzungen</i>	23
1.3 <i>Stellenwert von Modellierungen</i>	27
1.4 <i>Modellierungen im Schulalltag</i>	29
1.5 <i>Modellierungskompetenzen</i>	31
1.6 <i>Leistungsmessung</i>	36
1.7 <i>Empirische Untersuchungen</i>	38
2 MATHEMATICAL BELIEFS.....	43
2.1 <i>Begriffsdefinitionen</i>	43
2.2 <i>Aspekte von mathematischen Weltbildern</i>	47
2.3 <i>Veränderungen von Beliefs</i>	52
3 PRÄZISIERUNG DER FORSCHUNGSFRAGEN.....	53
TEIL II: KONSTRUKTIVER TEIL.....	55
1 UNTERRICHTLICHE UMSETZUNG DES THEORETISCHEN ANSATZES	55
1.1 <i>Kriterien für die unterrichtliche Umsetzung</i>	55
1.2 <i>Übersicht über die Unterrichtseinheiten</i>	60
2 MODELLIERUNGSBEISPIEL „PORSCHER“.....	62
2.1 <i>Stoffdidaktische Analyse</i>	62
2.2 <i>Didaktische Aufbereitung</i>	65
3 MODELLIERUNGSBEISPIEL „TELEFONTARIFE“	68
3.1 <i>Stoffdidaktische Analyse</i>	68
3.2 <i>Didaktische Aufbereitung</i>	75
4 MODELLIERUNGSBEISPIEL „SONNENENERGIE“	81
4.1 <i>Stoffdidaktische Analyse</i>	81
4.2 <i>Didaktische Aufbereitung</i>	87
5 ÜBERBLICK ÜBER DIE WEITEREN MODELLIERUNGSBEISPIELE	91
5.1 <i>Anzahl der Menschen im Stau</i>	91
5.2 <i>Körperoberfläche des Menschen</i>	95
5.3 <i>Sprunghöhe eines Flummis</i>	97
TEIL III: METHODOLOGIE.....	102
1 METHODOLOGISCHER ANSATZ DER STUDIE	102
1.1 <i>Grundlegende Charakteristika qualitativer Forschung</i>	102
1.2 <i>Theoriebildung und Verallgemeinerung</i>	103
1.3 <i>Gütekriterien</i>	109
1.4 <i>Aktionsforschung</i>	110
1.5 <i>Sampling-Strategien</i>	112
2 ERHEBUNGSMETHODEN.....	115
2.1 <i>Erhebung der Sichtweisen über Mathematik</i>	116
2.2 <i>Erhebung der Modellierungskompetenzen</i>	122
2.3 <i>Zeitplan</i>	137
3 AUSWERTUNGSMETHODEN.....	138
3.1 <i>Rekonstruktion der Sichtweisen über Mathematik</i>	139
3.2 <i>Rekonstruktion der Modellierungskompetenzen</i>	146

TEIL IV: ERGEBNISSE DER STUDIE.....	153
1 ERGEBNISSE IM QUERSCHNITT DER STUDIE.....	153
1.1 <i>Beliefs über Mathematik</i>	153
1.2 <i>Modellierungskompetenzen</i>	158
2 IDEALTYPISCHE CHARAKTERISIERUNG DER ZUSAMMENHÄNGE.....	167
2.1 <i>Beliefs über Mathematik</i>	167
2.2 <i>Modellierungskompetenzen</i>	171
TEIL V: EXEMPLARISCHE FALLDOKUMENTATIONEN	180
1 EINLEITENDE BEMERKUNGEN	180
2 FALLBEISPIEL ALBERT	182
2.1 <i>Mathematisches Weltbild</i>	182
2.2 <i>Modellierungskompetenzen</i>	188
2.3 <i>Resümee</i>	195
3 FALLBEISPIEL BRITTA	196
3.1 <i>Mathematisches Weltbild</i>	196
3.2 <i>Modellierungskompetenzen</i>	200
3.3 <i>Resümee</i>	208
4 FALLBEISPIEL CARSTEN	208
4.1 <i>Mathematisches Weltbild</i>	208
4.2 <i>Modellierungskompetenzen</i>	213
4.3 <i>Resümee</i>	222
5 FALLBEISPIEL DORO.....	223
5.1 <i>Mathematisches Weltbild</i>	223
5.2 <i>Modellierungskompetenzen</i>	228
5.3 <i>Resümee</i>	236
6 FALLBEISPIEL ELLI.....	237
6.1 <i>Mathematisches Weltbild</i>	237
6.2 <i>Modellierungskompetenzen</i>	243
6.3 <i>Resümee</i>	252
7 FALLBEISPIEL FRANK	253
7.1 <i>Mathematisches Weltbild</i>	253
7.2 <i>Modellierungskompetenzen</i>	259
7.3 <i>Resümee</i>	265
8 FALLBEISPIEL GUNDA	267
8.1 <i>Mathematisches Weltbild</i>	267
8.2 <i>Modellierungskompetenzen</i>	272
8.3 <i>Resümee</i>	280
TEIL VI: ZUSAMMENFASSUNG UND PERSPEKTIVEN	283
1 ZUSAMMENFASSUNG.....	283
1.1 <i>Sichtweisen von Mathematik</i>	283
1.2 <i>Modellierungskompetenzen</i>	284
1.3 <i>Vergleich mit den Ergebnissen anderer Studien</i>	286
2 PERSPEKTIVEN	287
2.1 <i>Integration von Modellierungen in den Schulunterricht</i>	287
2.2 <i>Unterrichtliche Umsetzung</i>	289
2.3 <i>Forschung</i>	291
LITERATURVERZEICHNIS	292
ANHANG.....	307

EINLEITUNG

Begründung für die Studie

Es gibt kaum ein Schulfach, über das die Meinungen so auseinander gehen wie über Mathematik: Die einen betreiben es mit Interesse und weisen entsprechende Kompetenzen auf – die anderen dagegen zeigen Unverständnis und lehnen es vehement ab. HENN/KAISER (2001, S. 359) sprechen von einem polarisierenden Schulfach. Während jedoch kaum jemand in der Öffentlichkeit zugeben würde, dass er Schwierigkeiten mit der Rechtschreibung hat und auch Schwächen etwa in Englisch gerne verborgen werden, gehört es geradezu zum guten Ton, mit Unkenntnis in Mathematik zu „kokettieren“ (HENN/KAISER, S. 360). Schließlich hat man es auch ohne Mathematik zu etwas gebracht, ‚Mathematik braucht man im Leben nicht‘. Dieses Bild spiegelt sich in eindrucksvoller Weise in den Vorstellungen der Schülerinnen und Schüler wieder.

„Finde ich gut [wenn man den Mathematikunterricht abschaffen würde], weil Matheaufgaben wirklich kaum Bezug zum realen Leben haben.“ (Schüler, Klasse 7)

„Ein zwangsläufiges Schulfach, mit dem viele Schüler Probleme haben. Viele unnötige Terme, Rechnungen, Formeln.“ (Schülerin, Klasse 8)

Im deutlichen Gegensatz zu dem Bild von Mathematik in der Öffentlichkeit steht ihre tatsächliche Relevanz. Mathematik spielt eine zunehmend bedeutende Rolle als Basis für viele Wissenschaften sowie für die Wirtschaft und bildet auch die Grundlage für viele Vorgänge und Errungenschaften des Alltags. Beispiele hierfür sind Geld- und Geschäftsangelegenheiten, graphischen Darstellungen, Verschlüsselungen, der Umgang mit Maßeinheiten und geographischen Koordinaten auf Landkarten und die Benutzung von GPS sowie vielen technischen Geräte (NISS 1994, S. 368).

Diese Bedeutung von Mathematik als Grundlagenwissenschaft wird jedoch von vielen Menschen subjektiv nicht wahrgenommen. Moderne Technologien in vielen Geräten wie Taschenrechnern, Scannerkassen, elektronische Wagen und Computern in den Banken und Geschäften verdecken die früher noch im Alltag sichtbare Mathematik und lassen selbst einfache mathematische Methoden obsolet erscheinen (KEITEL 1993, S. 22). NISS (1994, S. 371) spricht in diesem Zusammenhang vom „Relevanzparadoxon“.

Neben dem fehlenden Bewusstsein über die Relevanz von Mathematik in unserer Gesellschaft stellen die fehlenden Fähigkeiten im Anwenden von Mathematik ein zweites großes Problem dar. Dies zeigen die Ergebnisse von TIMSS (Third International Mathematics and Science Study) sowie in jüngerer Zeit von PISA (Programm for International Student Assessment) (BAUMERT ET AL., 2001). Insbesondere verwies TIMSS auf Defizite der Lernenden beim

Lösen von Aufgaben, die ein inhaltliches Eingehen auf Problemstellungen, ein selbstständiges Vorgehen, das Vernetzen unterschiedlicher Wissensbereiche oder ein konzeptionelles Verständnis erfordern (BAUMERT/LEHMANN/LEHRKE 1997, BLUM/NEUBRAND 1998).

Als Ursachen dafür wurden insbesondere die geringe Wertschätzung schulischen Lernens sowie die Unterrichtskultur im Fachunterricht Mathematik genannt (BLUM 1998, S. 13, WULFTANGE 1998, S. 37), die zu sehr auf das Einüben von Algorithmen ausgelegt ist.

Damit ist seit der Veröffentlichung der Ergebnisse von TIMSS im Jahr 1997 die Forderung nach einer Veränderung der Unterrichtskultur im Fach Mathematik und in diesem Rahmen insbesondere die in der Didaktik seit langem gestellte Forderung nach der Integration von Realitätsbezügen und problemlösendem Vorgehen in das Licht der Öffentlichkeit gerückt. Als Ziele dieser Integration werden seit langem u.a. die Veränderung des Bildes von Mathematik und der Einstellungen gegenüber Mathematik sowie die Verbesserung der Fähigkeiten im Anwenden von Mathematik gesehen (BLUM 1996, S. 21 f). *Doch inwieweit werden die angestrebten Ziele durch eine Veränderung des Unterrichts wirklich erreicht?*

Erfahrungen aus dem Schulalltag in Deutschland gibt es kaum, da Realitätsbezüge und Modellierungen trotz intensiver internationaler Forschung seit mehr als 30 Jahren immer noch ein Schattendasein führen (vgl. Teil I, Abschnitt 1.4). Auch empirische Untersuchungen, die sich mit der Situation in Deutschland beschäftigen, gibt es wenige. Eine bedeutsame, umfangreiche Studie führte KAISER-MEBMER (1986/II) durch. In sechs verschiedenen Lerngruppen des 11. Jahrgangs wurden realitätsbezogene Aufgaben in den Unterricht integriert und sowohl bezogen auf die Entwicklung der Modellierungskompetenzen als auch auf die Veränderung der Einstellung zur Mathematik positive Tendenzen beobachtet.

Internationale empirische Untersuchungen zeigen ebenfalls auf, dass durch die Integration von Modellierungsbeispielen Modellierungskompetenzen ausgebildet werden können (vgl. Teil I, Abschnitt 1.7). Bedeutsam dafür scheint insbesondere die Vermittlung von metakognitiven Modellierungskompetenzen, d.h. die Vermittlung von Wissen über den Modellierungsprozess, zu sein.

Als ein weiterer Einflussfaktor für den Erwerb von mathematischen Kompetenzen und somit auch Modellierungskompetenzen werden zunehmend Beliefs der Lernenden genannt (vgl. Teil I, Kapitel 2).

In jüngerer Zeit werden Beliefs außerdem als zentrale Barrieren gegen die Integration von Modellierungsbeispielen in den Schulalltag diskutiert. Einige Studien deuten an, dass eine Integration in den Mathematikunterricht unwahrscheinlich ist, wenn Realitätsbezüge keine Entsprechung in den Beliefs der Lehrenden über Mathematik und den Mathematikunterricht finden. Untersuchungen, die sich mit den Beliefs der Lernenden und insbesondere ihrer

Veränderung durch einen modellierenden Unterricht beschäftigen gibt es jedoch kaum.

Die Erläuterungen zeigen, dass angesichts der aktuellen Situation im Schulalltag und in der didaktischen Forschung eine vertiefende Untersuchung zu den Auswirkungen einer Integration von Realitätsbezügen und Modellierungen in den Mathematikunterricht angezeigt ist.

Fragstellungen und Schwerpunktsetzungen der Studie

Die vorliegende Arbeit greift die vorhandenen empirischen Untersuchungsergebnisse sowie den aktuellen Stand der didaktischen Diskussion um Realitätsbezüge und Beliefs auf. Ausgehend von den alarmierenden Ergebnissen der TIMS-Studie für Deutschland sowie dem in der Gesellschaft verbreiteten Bild von Mathematik wurde untersucht, inwieweit eine Integration von Modellierungsbeispielen die Modellierungskompetenzen sowie die Beliefs von Mathematik der Lernenden verändert. Die während der Durchführung der Studie veröffentlichten Ergebnisse von PISA bestätigen die Notwendigkeit der Studie.

Folgende Fragen waren für die Studie erkenntnisleitend:

- 1. Welche Beliefs über Mathematik haben die Schülerinnen und Schüler vor Beginn der Studie? Über welche Modellierungskompetenzen verfügen sie?*
- 2. Inwieweit verändern sich die Beliefs der Lernenden über Mathematik durch einen Unterricht, in dem Modellierungen integriert sind?*
- 3. Inwieweit erlernen Schülerinnen und Schüler der Klasse 8 durch einen entsprechend gestalteten Unterricht, selbstständig Modellierungsprozesse durchzuführen? Welche Schwierigkeiten bestehen dabei?*
- 4. Welche Zusammenhänge bestehen zwischen den Beliefs sowie den Modellierungskompetenzen?*

Zentrale Aspekte bei der Durchführung der Studie waren die folgenden:

- 1. Der Mathematikunterricht sollte durch die Integration einer Fülle von Modellierungsbeispielen langfristig umgestaltet werden, um die Verfälschung der Ergebnisse durch kurzzeitige Effekte wie z.B. eine Begeisterung von Lernenden über die bloße Abwechslung zu vermeiden.*
- 2. Die Studie sollte unter Wahrung einer natürlichen Unterrichtssituation, die dem herkömmlichen Schullalltag soweit wie möglich entsprach, durchgeführt werden, um eine möglichst hohe Authentizität der Ergebnisse zu erzielen.*
- 3. Der Modellierungsprozess sollte auf einer Metaebene explizit thematisiert werden, da bereits durchgeführte Studien auf die Bedeutung von metakognitiven Modellierungskompetenzen für die Modellierungskompetenzen insgesamt hinweisen.*
- 4. Die Studie sollte in der mittleren Sekundarstufe I durchgeführt werden, da für die Sekundarstufe II bereits Ergebnisse von KAISER-MEBMER (1986/II)*

vorliegen und in der Sekundarstufe I die Schüler(innen)vorstellungen von Mathematik möglicherweise weniger fest gefügt sind.

Die empirische Untersuchung der Vorstellungen und der Modellierungskompetenzen der Lernenden bildet den Kern der Arbeit. Da der Untersuchungsgegenstand sehr komplex ist und auch die Entdeckung neuer, nicht antizipierter Hypothesen bzw. Ergebnisse ermöglicht werden sollte, wurde ein methodologischer Zugang aus der qualitativen Sozialforschung ausgewählt. Eine Vielzahl von Erhebungsmethoden ermöglichte, ein umfassendes Bild der Gesamtsituation sowie der Entwicklung der einzelnen Schülerinnen und Schüler zu rekonstruieren. Lerntagebücher, Interviews und Fragebögen führten zur Charakterisierung der Beliefs über Mathematik, Klassenarbeiten, Tests und Concept Maps lieferten Hinweise auf die Entwicklung der Modellierungskompetenzen.

Einen weiteren Schwerpunkt der Arbeit bildet die Konstruktion eigener Unterrichtseinheiten, die die gezielte Umsetzung der oben formulierten zentralen Aspekte ermöglichte.

Die Studie verbindet damit mehrere Bereiche der mathematikdidaktischen Forschung: Sie soll einerseits einen aktuellen Beitrag zur Diskussion um Realitätsbezüge und Modellierungen im Unterrichtsalltag liefern, andererseits thematisiert sie die Veränderung von Schüler(innen)vorstellungen über Mathematik durch den Unterricht und knüpft damit an die aktuelle Diskussion um Beliefs an (vgl. Teil I, Kapitel 2). Die Verbindung von Schulalltag und didaktischer Forschung soll mögliche Auswirkungen einer weitreichenden Integration von Modellierungsbeispielen aufzeigen.

Gliederung der Arbeit

Im *ersten* Teil der Arbeit wird der theoretische Ansatz der Studie vorgestellt und begründet. Das erste Kapitel wendet sich den Realitätsbezügen im Mathematikunterricht zu und nimmt unter Bezug auf die Theorie die nötigen Definitionen für Modellierungsprozesse und Modellierungskompetenzen vor. Daneben werden die Zielsetzungen von Modellierungen im Unterricht, ihre Berücksichtigung im Schulalltag sowie die Ergebnisse einiger empirischer Studien diskutiert. Das zweite Kapitel bezieht sich auf Beliefs über Mathematik. Neben der nötigen Definition des Begriffs werden Aspekte mathematischer Weltbilder sowie Veränderungen von Beliefs diskutiert. Im dritten Kapitel werden basierend auf den vorherigen Überlegungen die Forschungsfragen präzisiert.

Im *zweiten* Teil der Arbeit wird die unterrichtliche Umsetzung des theoretischen Ansatzes dargestellt. Das erste Kapitel nennt institutionelle Rahmenbedingungen sowie wesentliche Kriterien für die unterrichtliche Gestaltung. Anschließend werden die durchgeführten Unterrichtseinheiten beschrieben. Neben einer stoffdidaktischen Analyse wird die didaktische Aufbereitung dargestellt.

Der *dritte* Teil widmet sich der Methodologie der Studie. Im ersten Kapitel wird der methodologische Ansatz der Studie vorgestellt. Dabei werden insbesondere Möglichkeiten der Theoriebildung, Gütekriterien qualitativer Forschung, Sampling-Strategien und Elemente der Aktionsforschung erörtert. In den folgenden Kapiteln werden unter Bezug auf theoretische Grundlagen die Erhebungs- und Auswertungsmethoden zur Rekonstruktion der Beliefs sowie der Modellierungskompetenzen vorgestellt.

In *vierten* Teil werden die Ergebnisse der Studie, die auf der Auswertung von 35 Fällen basieren, vorgestellt. Das erste Kapitel nennt detailliert Ergebnisse, die sich auf den Querschnitt der Studie beziehen. Neben den Beliefs über Mathematik und den Reaktionen der Lernenden auf die Modellierungsbeispiele werden die Modellierungskompetenzen und hier insbesondere die Schwächen beim Modellieren sowie Fehlvorstellungen über den Modellierungsprozess betrachtet. Im zweiten Kapitel wird eine idealtypische Charakterisierung der Reaktionsmuster der Lernenden auf die Modellierungsbeispiele sowie des Modellierungsverhaltens der Lernenden vorgenommen.

Als Beleg für die in Teil IV vorgestellten Ergebnisse werden im *fünften Teil* der Arbeit sieben Fallbeispiele, darunter fünf typische und zwei abweichende Fälle, ausführlich dokumentiert.

Im *letzten Teil* der Arbeit werden die wesentlichen Ergebnisse der Studie zusammengefasst und Perspektiven bezüglich der Integration von Modellierungsbeispielen in den Unterricht, der konkreten unterrichtlichen Umsetzung sowie der Forschung aufgezeigt.

Hinweise zur Schreibweise der Arbeit

Wichtige Aspekte wurden – je nach Bedeutung – entweder durch eine kursive oder fettmarkierte Darstellung hervorgehoben. Eine Schreibweise in „Anführungszeichen“ kennzeichnet Zitate aus der Fachliteratur. Zitate von Schüleräußerungen werden „in kursiver Schrift sowie Anführungszeichen“ dargestellt, dabei kennzeichnen „drei Punkte innerhalb eines solchen Zitates eine Pause ... die der Schüler beim Sprechen machte“ und keine Auslassung. Diese werden durch eckige Klammern und drei Punkte [...] dargestellt.

TEIL I: THEORETISCHER ANSATZ DER STUDIE

Realitätsbezüge führen in der alltäglichen Schulpraxis trotz einer langjährigen didaktischen Diskussion und der Entwicklung vieler Unterrichtsbeispiele ein Schattendasein. Als eine zentrale Barriere gegen die feste Etablierung von Realitätsbezügen in den Unterricht werden zunehmend die Beliefs der Lernenden und Lehrenden gesehen. In der vorliegenden Studie rücken die Beliefs der Lernenden in das Zentrum des Interesses. Daher erfolgt in diesem Teil der Arbeit eine Auseinandersetzung mit der aktuellen Forschung um Realitätsbezüge und mit der Forschung zu Beliefs.

Kapitel 1 bezieht sich auf Realitätsbezüge und Modellierungen. Im Hinblick auf die Forschungsfragen werden die für die Studie bedeutsamen Auffassungen vom Modellierungsprozess, die Zielsetzungen der unterrichtlichen Integration, der Stellenwert von Modellierungen im Unterricht und Definitionsansätze zu Modellierungskompetenzen bzw. -fähigkeiten diskutiert. Abschließend werden Ergebnisse empirischer Studien betrachtet. Basierend auf den genannten theoretischen Ansätzen wird jeweils die eigene Position formuliert.

Kapitel 2 beschäftigt sich mit Mathematical Beliefs. Zunächst werden für die vorliegende Studie bedeutsame Auffassungen zum Belief-Begriff genannt und eine eigene Position formuliert. Danach werden Aspekte von mathematischen Weltbildern und Ergebnisse einiger empirischer Studien betrachtet. Veränderungen von Beliefs bilden den Abschluss des Kapitels.

1 Realitätsbezüge im Mathematikunterricht

Die Diskussion um Realitätsbezüge, die seit der Bekanntgabe der Ergebnisse der TIMS-Studie auch auf öffentliches Interesse gestoßen ist, hat im Rahmen der Mathematikdidaktik eine lange Tradition.

Die neuere Diskussion¹ um Realitätsbezüge setzte auf internationaler Ebene Mitte der sechziger Jahre ein und ist insbesondere als Reaktion auf die Strukturorientierung im Mathematikunterricht anzusehen, die zur fast vollständigen Verdrängung von Realitätsbezügen geführt hatte. Ausgangspunkte für diese Diskussion waren die Kritik an der Nutzlosigkeit von im Mathematikunterricht gelernten Inhalten für das Leben sowie die Realitätsferne der üblichen Anwendungsbeispiele und die Beschränkung auf physikalische Beispiele. Aufbauend auf dieser Kritik wurden die Behandlung wirklich realistischer Anwendungen, eine Berücksichtigung nicht-physikalischer Anwendungen und die Vermittlung von Anwendungsfähigkeiten gefordert (KAISER-MESSMER 1986/I, S. 17).

¹ Für eine detaillierte Beschreibung der historischen Entwicklung von Realitätsbezügen im Mathematikunterricht wird auf KAISER-MESSMER (1986/I, S. 30 ff) verwiesen. Eine Beschreibung der insbesondere angelsächsischen Entwicklung seit 1960 findet sich in BURKHARDT (1989, S. 1 ff).

Während der Schwerpunkt der Diskussion zunächst auf der Entwicklung von Modellierungsbeispielen lag und als Ziele der Integration von realitätsbezogenen Aufgaben primär solche gesehen wurden, die auf die Mathematik gerichtet sind – die Motivation und die Veranschaulichung mathematischer Inhalte – verlagerte sich ab Mitte der siebziger Jahre der Schwerpunkt der Diskussion zu Aktivitäten der Lernenden. Im Zentrum des Interesses steht nun weniger die Kenntnis über Modelle und Anwendungen als die Fähigkeiten im Anwenden und Modellieren (KAISER-MEßMER 1986/I S. 18f, in Anlehnung an NISS 1984). Die Entwicklung dieser Diskussion sowie ihre Hauptströmungen werden von KAISER-MEßMER (1986/I) ausführlich analysiert und beschrieben (vgl. auch Teil I, Abschnitt 1.1.2).

In den neunziger Jahren zeichneten sich folgende Trends in der Diskussion um Realitätsbezüge ab: Die Entwicklung einer breiteren Sichtweise von Anwendungen (u.a. Einbezug von unterschiedlichen Sachkontexten und mathematischen Inhalten), umfassendere Begründungen für Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht, die Forderung nach mehr Schülerorientierung, der Einbezug von Anwendungsorientierung in die Leistungsmessung und der Einsatz des Computers (BLUM 1996, S. 15 ff).

Der aktuelle Stand der Diskussion um Realitätsbezüge wird in dem Discussion Dokument zur ICMI Study 14 (BLUM ET AL. 2002, S. 270 ff) dargestellt, dessen Vergleich mit den oben beschriebenen Trends aus den neunziger Jahren vorrangig zwei neue Tendenzen in der Diskussion um Modellierungen aufzeigt: 1) Einbezug der Forschung zu Beliefs, 2) Unterscheidung von Modellierungsfähigkeiten und Modellierungskompetenzen.

In dem Discussion Document werden u.a. folgende wesentlichen Kernfragen genannt:

1. Was wird unter Modellierungen und Anwendungen verstanden? Welche Komponenten gehören zum Modellierungsprozess?
2. In welcher Weise können Modellierungen im Unterricht zur allgemeinen Erziehung beitragen?
3. Was ist als geeignete Balance zwischen Modellierungstätigkeiten und anderen mathematischen Tätigkeiten im Mathematikunterricht anzusehen?
4. Warum spielen Modellierungen in der Schulpraxis trotz der Vielzahl von Materialien und der zahlreichen Argumente für Modellierungen noch immer eine untergeordnete Rolle?
5. Wie können Modellierungskompetenzen charakterisiert werden?
6. Welche alternativen Methoden der Leistungsmessung können die wesentlichen Komponenten der Modellierungskompetenzen erfassen?

Aufbauend auf dem im Discussion Dokument dargestellten aktuellen Stand der Diskussion werden die für die vorliegende Studie zentralen Positionen zu den