

MaMut

Materialien für den Mathematikunterricht

7



Nicolai von Schroeders (Hrsg.)

Argumentieren, Begründen, Beweisen

1. Auflage Februar 2019
Veröffentlicht im Verlag Franzbecker
Hildesheim

© 2019 Verlag Franzbecker, Hildesheim

ISBN 978-3-88120-890-1

Nicolai von Schroeders (Hrsg.)

Argumentieren, Begründen, Beweisen

MaMut - Materialien für den Mathematikunterricht Band 7

www.franzbecker.de

Inhalt

Stefan Ufer, Daniel Sommerhoff:

Hauptsache überzeugt? Was kann Argumentieren (und Begründen und Beweisen) für den Mathematikunterricht leisten – und wie?7

Karin Binder, Patrick Weber, Stefan Krauss:

Visualisierungen als Begründungshilfen in der Stochastik.....35

Stephanie Gleich:

Fragen stellen als Grundlage für Argumentationsprozesse63

Karin Pott:

Widerspruchsbeweise.....81

Thomas Weth:

Die n-1-Strategie und einige Anwendungen.....91

Jürgen Appell:

Von Mathe wird mir immer schlecht127

Nicolai von Schroeders:

Argumentieren: Von der Binomialverteilung hin zum Hypothesentest147

Hauptsache überzeugt? Was kann Argumentieren (und Begründen und Beweisen) für den Mathematikunterricht leisten – und wie?

Prof. Dr. Stefan Ufer, Dr. Daniel Sommerhoff

1. Hohe Ansprüche, viele Probleme?

Es ist sicher kein Zufall, dass die Begriffe „Argumentieren“, „Begründen“ und „Beweisen“ in der Literatur zu Zielen des Mathematikunterrichts immer wieder auftauchen. Schließlich wird die Mathematik als eine „beweisende Wissenschaft“ charakterisiert (Heintz, 2000). Aber was bedeutet das für den allgemeinbildenden Mathematikunterricht der Sekundarstufe, der ja ein deutlich breiteres Spektrum an Zielen im Blick hat, als nur die Vorbereitung auf wissenschaftliches mathematisches Arbeiten? Ziel dieses Beitrags ist, das Begriffsfeld „Argumentieren“ aufzuspannen, einen Orientierungsrahmen zu geben, sowie anhand von Forschungsergebnissen mögliche Antworten auf die Frage nach dem (Mehr-)Wert von argumentativen Tätigkeiten für einen modernen Mathematikunterricht zusammenzutragen.

Argumentieren wird aus verschiedenen Perspektiven als Ziel von Mathematikunterricht genannt: Heymann (1997) nennt „kritischen Vernunftgebrauch“ als wesentliches Ziel des allgemeinbildenden Mathematikunterrichts. Für Winter (1995) gehört es zu den wesentlichen Grunderfahrungen im Mathematikunterricht, dass *alle* Lernenden „mathematische Gegenstände und Sachverhalte[n] [...] als deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen lernen und begreifen“. So ordnet auch Van Hiele (1959) das zunehmend systematische Argumentieren bis hin zum Beweisen in die Stufen seines Modells zum Begriffserwerb in der Geometrie ein. Und auch von Seiten der Lehrenden in MINT-Studiengängen an Universitäten wird erwartet, dass Studienanfänger zu einem gewissen Grad mit mathematischen Argumenten unterschiedlicher Art umgehen können (z.B. Neumann, Pigge, & Heinze,

Hauptsache überzeugt?

2017). Nicht zuletzt sehen auch die Bildungsstandards in vielen Ländern Argumentieren als wesentliche mathematische Tätigkeit, die Lernende über die gesamte Schulzeit hinweg erwerben sollen (z.B. KMK, 2003, 2004a, 2004b, 2012). Es gibt also hohe Erwartungen.

Dem gegenüber steht eine lange Liste an Schwierigkeiten, die sich in der Vergangenheit bei der Einbindung argumentativer Tätigkeiten, insbesondere des Beweisens, in den Mathematikunterricht ergeben haben. So ist schon lange dokumentiert, dass Lernende Schwierigkeiten beim Finden eigener Beweise haben (z.B. Reiss & Heinze, 2005; Senk, 1985), dass einzelne Beispiele, Messungen und visuelle Eindrücke zur Begründung allgemeiner Aussagen herangezogen werden, oder dass Lernende Schwierigkeiten haben, die logische Struktur von Aussagen zu durchschauen, beispielsweise eine Aussage von ihrer Umkehrung zu unterscheiden. Auf der Ebene des Unterrichts merkt z.B. Winter (1983) an, dass für viele Lernende nicht erkennbar ist, wozu Beweise in der Mathematik eigentlich notwendig sind, wenn die allgemeine Gültigkeit der Aussagen, z.B. in der Geometrie, doch häufig intuitiv völlig klar erscheint. Die genannten Erwartungen sind also bei weitem nicht einfach zu erfüllen.

Ein Weg aus diesem Dilemma zeigt sich unserer Meinung nach, wenn man einerseits den Begriff des Argumentierens breiter fasst und über das Konstruieren von Beweisen hinaussieht, und wenn man sich andererseits die verschiedenen Funktionen von Argumentationen sowohl für die Mathematik als auch für die individuellen Lernprozesse der Schülerinnen und Schüler vergegenwärtigt.

2. Mathematisch Argumentieren – Begriffsfeld

Dass mathematisches Argumentieren über das Konstruieren von Beweisen hinausgehen soll, zeigt beispielsweise ein Blick in die Bildungsstandards Mathematik (KMK, 2003, 2004a, 2004b, 2012). Über alle Schulstufen hinweg wird hier nicht allein das Entwickeln eigener Argumentationen genannt, sondern auch das Stellen von Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, wie z.B. „Gibt es...?“, „Was passiert, wenn...?“, sowie das Formulieren von Vermutungen oder