

*Schriftenreihe der ISTRON-Gruppe*

**MATERIALIEN  
FÜR EINEN  
REALITÄTSBEZOGENEN  
MATHEMATIKUNTERRICHT**

Band 17

Historisches für den Unterricht

nutzbar gemacht

Herausgeber:

Herbert Henning

Fritjof Freise

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek.  
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der  
Deutschen Nationalbibliografie;  
detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über  
<http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek.  
The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche  
Nationalbibliografie;  
detailed bibliographic data are available in the Internet at  
<http://dnb.d-nb.de>.

Information bibliographique de la Deutsche Nationalbibliothek.  
La Deutsche Nationalbibliothek a répertorié cette publication dans la  
Deutsche Nationalbibliografie;  
les données bibliographiques détaillées peuvent être consultées sur  
Internet à l'adresse <http://dnb.d-nb.de>.

ISBN 978-3-88120-517-7

ISTRON, Band 17

Historisches für den Unterricht nutzbar gemacht

Herbert Henning, Fritjof Freise (Hrsg.)

Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte, insbesondere die der  
Vervielfältigung und Übertragung auch einzelner Textabschnitte, Bilder oder  
Zeichnungen vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Zustim-  
mung des Verlages in irgendeiner Form reproduziert werden (Ausnahmen  
gem. § 53, § 54 UrhG). Das gilt sowohl für die Vervielfältigung durch Fotoko-  
pie oder irgendein anderes Verfahren als auch für die Übertragung auf Filme,  
Bänder, Platten, Transparente, Disketten und andere Medien.

© 2011 by Verlag Franzbecker, Hildesheim, Berlin

## Inhaltsverzeichnis

<b>Inhaltsverzeichnis</b> .....	<b>III</b>
<b>Vorwort</b> .....	<b>V</b>
<b>Was ist <i>ISTRON</i>?</b> .....	<b>VII</b>
<b>Kommentiertes Inhaltsverzeichnis</b> .....	<b>IX</b>
Hans-Wolfgang Henn und Jan Hendrik Müller <b>Der Tunnel von Samos</b> .....	<b>1</b>
Hans-Wolfgang Henn <b>Change Ringing – Der Glockenschlag</b> .....	<b>13</b>
Frank Förster <b>Eytelwein, Seile und Poller – Oder Warum kann ich ein großes Schiff mit einer Hand festhalten?</b> .....	<b>23</b>
Hans Humenberger <b>Wie können die komplexen Zahlen in die Mathematik gekommen sein? – Gleichungen dritten Grades und die Cardano-Formel</b> .....	<b>31</b>
Günter Graumann <b>Genetische Einführung in die Trigonometrie</b> .....	<b>46</b>
Gerd Christoph <b>Dem Zufall auf der Spur – Ein Blick in die Geschichte der Stochastik</b> .....	<b>56</b>
Nadine Groh und Herbert Henning <b>Spiralen in Kunst, Architektur und Natur – ein mathematisches Phänomen für den Mathematikunterricht</b> .....	<b>66</b>
Karin Richter und Wilma di Palma <b>Arbeiten zur Kryptographie der Universalgelehrten Athanasius Kircher und Leon Battista Alberti</b> .....	<b>75</b>
Stephan Herms, Markus Partusch und Torsten Wagner <b>„Jakobsstab und Schattenquadrat“ – Historische Messinstrumente im Mathematikunterricht</b> .....	<b>86</b>
Wolfram Eid <b>Zeicheninstrumente – historisch betrachtet</b> .....	<b>93</b>
Heinrich Besuden <b>Zur Förderung des beweglichen Denkens im Geometrieunterricht – alt und doch immer wieder neu</b> .....	<b>101</b>
Thomas Krohn <b>Historische astronomisch-mathematische Modelle zum Selbstbau – Unterrichtsmaterialien von Johannes Siegel und ihre Nutzbarkeit im aktuellen Mathematikunterricht</b> .....	<b>107</b>
Karin Richter und Silvia Schöneburg <b>Wurzelziehen mit einfachen Hilfsmitteln (Entdeckungen bei Athanasius Kircher und John Napier)</b> .....	<b>122</b>

Silvia Schöneburg

**Christoph Scheiners Pantograph –  
das Gerät, der mathematische Hintergrund und Arbeiten mit historischen  
Texten ..... 137**

Kerstin Zobel

**„Mathematikunterricht vor 100 Jahren“ –  
Schülerinnen und Schüler der Jahrgangsstufen 5 – 7 auf Spurensuche ..... 148**

**Autoren ..... 157**

## Vorwort

**„Erwirb es, um es zu besitzen“ –  
Historisches für einen anwendungsorientierten Mathematikunterricht aufberei-  
tet.**

Die Hinwendung zur Geschichte der Mathematik kann zu einem intellektuellen „Abenteuer der schönsten Art“ werden. Mathematik in all ihren Teilgebieten tritt uns entgegen, eingebettet in die verschiedenartigsten Kulturen der Menschheit auf allen Kontinenten, verbunden mit den großen Strömungen des menschlichen Denkens in Philosophie und Religion, in historischer Wechselwirkung stehend zu den Errungenschaften der Menschheit in Naturwissenschaft und Technik, als Teil der Geschichte der bildenden Kunst und der Literatur, zur Reflexion verleitend über Vergangenheit und Zukunft des Menschengeschlechtes. Für einen anwendungsorientierten Mathematikunterricht lassen sich aus der Geschichte der Mathematik interessante, zum Lernen von Mathematik motivierende Zusammenhänge ableiten. Kulturelle Kohärenz, Problembewusstsein und ein Weltbild, das von Mathematik als „Werkzeug mit Erkenntnisfunktion“ bestimmt wird, werden herausgebildet.

Kann man mit historischen Zusammenhängen, die im Mathematikunterricht mit unterschiedlicher didaktischer Zielsetzung thematisiert werden, mit historischen Mathematikaufgaben, mit Biografien berühmter Mathematiker aus der Geschichte der Mathematik, mit Projekten zur Erkundung der mathematischen Grundlagen und der Arbeitsweise historischer Rechenmaschinen, Mess- und Vermessungswerkzeugen (Schattenquadrat, Jakobstab) oder Zeichengeräte (Pantograph, Zirkel, Richtscheit) und mit „Mathematikgeschichten“, die in interessanten Anwendungssituationen eingebettet sind bei Schülerinnen und Schüler Erkenntnisinteresse entwickeln, sie zu mathematischem Tun motivieren? Wie spannend kann es im Mathematikunterricht sein, wenn die Schülerinnen und Schüler genauso rechnen, wie die Ägypter und Babylonier vor mehr als 3000 Jahren?

In der Geschichte der Mathematik stecken viele Geschichten von bedeutenden Mathematikern, die oft aus praktischen Bedürfnissen heraus neue Entdeckungen gemacht haben. Ihre Methoden, Verfahren und Erkenntniswege, die zu Axiomen, Lehrsätzen und Problemlösungen führten, mit Schülerinnen und Schülern im Unterricht zu behandeln, bietet Möglichkeiten für einen anwendungsorientierten, fächerübergreifenden Unterricht.

Die Beiträge in diesem ISTRON - Band **< Historisches für den Unterricht nutzbar gemacht >** sollen diesbezüglich Anregungen für einen interessanten Unterricht geben

Herbert Henning und Fritjof Freise (Herausgeber)

## Was ist *ISTRON*?

Die Schriftenreihe *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht* wird von der Gruppe *ISTRON* herausgegeben, und die Herausgeberinnen und Herausgeber der einzelnen Bände gehören dieser Gruppe an.

Im Jahre 1990 hat sich in Istron Bay auf Kreta eine internationale Gruppe konstituiert mit dem Ziel, durch Koordination und Initiierung von Innovationen – insbesondere auch auf europäischer Ebene – zur Verbesserung des Mathematikunterrichts beizutragen. Diese Gruppe, die sich nach dem Gründungsort genannt hat, besteht aus acht Mathematikern und Mathematikdidaktikern aus Europa und USA, darunter als deutsches Mitglied der Verfasser dieser Zeilen. Schwerpunkt der Aktivitäten soll sein Realitätsbezüge des Mathematikunterrichts zu fördern. Konstitutiv dabei ist die Netzwerk-Idee: Die Verbindung von Aktivitäten und der sie tragenden Menschen auf lokaler, regionaler und internationaler Ebene (hieran soll auch das auf der Titelseite abgedruckte Logo erinnern).

Seit 1991 gibt es – als Teil dieses Netzwerks – eine deutsch-österreichische *ISTRON*-Gruppe. Sie gibt diese Schriftenreihe heraus. Ihr gehören derzeit etwa sechzig Personen an: Lehrende aus Schulen und Hochschulen, Curriculumsentwickler, Schulbuchautoren, Lehrerfortbildner, Zeitschriftenherausgeber. Die Gruppe hat – ganz im Sinne der Netzwerk-Idee – wechselseitige Verbindungen sowohl mit Lehrenden auf lokaler und regionaler Ebene als auch mit der internationalen *ISTRON*-Gruppe. Zu den Aktivitäten der Gruppe gehören (neben dieser Schriftenreihe) die Dokumentation und Entwicklung von schulgeeigneten Materialien zum realitätsorientierten Lehren und Lernen von Mathematik sowie alle Arten von Anstrengungen, solche Materialien in die Schulpraxis einzubringen – durch Lehreraus- und -fortbildung, über Schulbücher und Lehrpläne sowie natürlich vor allem durch direkte Arbeit vor Ort mit Lernenden.

Für weitere Informationen und die Kontaktmöglichkeit sei die Homepage der *ISTRON*-Gruppe verwiesen:

**<http://www.math-edu.de/Anwendungen/anwendungen.html>**

Werner Blum im Namen der *ISTRON*-Grupper

## Kommentiertes Inhaltsverzeichnis

Hans-Wolfgang Henn und Jan Hendrik Müller

### Der Tunnel von Samos ..... 1



Im 6. Jahrhundert vor Christus ließ Polykrates, der berühmte Tyrann von Samos, einen 1036 m langen Tunnel durch den bis zu 300 m hohen Mount Kastro bauen, um eine sichere Wasserversorgung seiner Stadt zu gewährleisten. Ausgeführt wurde der Tunnel von dem Ingenieur Eupalinos, der von beiden Seiten aus bohren ließ, bis sich beide Gruppen in der Mitte des Berges trafen. Es ist bis heute unbekannt, wie Eupalinos und seine Leute mit den ihnen zur Verfügung stehenden Methoden den Tunnelbau – vor allem das Treffen in der Mitte – vollbracht haben konnten. Es gibt zwei Erklärungsversuche für diese Meisterleistung antiker Baukunst. Eine Theorie entwickelte Heron von Alexandria im 1. nachchristlichen Jahrhundert. Heron ist uns hauptsächlich durch das Heron-Verfahren zur Quadratwurzelberechnung bekannt, er war aber auch ein begnadeter Ingenieur. Die zweite Theorie wurde von zwei britischen Archäologen in der Mitte des 20. Jahrhunderts vorgeschlagen. Beide Methoden verwenden höchst interessante Ideen aus der Elementargeometrie und können „an der Tafel“ und im praktischen Feldversuch nachvollzogen werden.

– vor allem das Treffen in der Mitte – vollbracht haben konnten. Es gibt zwei Erklärungsversuche für diese Meisterleistung antiker Baukunst. Eine Theorie entwickelte Heron von Alexandria im 1. nachchristlichen Jahrhundert. Heron ist uns hauptsächlich durch das Heron-Verfahren zur Quadratwurzelberechnung bekannt, er war aber auch ein begnadeter Ingenieur. Die zweite Theorie wurde von zwei britischen Archäologen in der Mitte des 20. Jahrhunderts vorgeschlagen. Beide Methoden verwenden höchst interessante Ideen aus der Elementargeometrie und können „an der Tafel“ und im praktischen Feldversuch nachvollzogen werden.

Hans-Wolfgang Henn

### Change Ringing – Der Glockenschlag ..... 13



Die Bewohner der britischen Inseln sind für ihre manchmal spleenigen Gewohnheiten bekannt. Eine uralte, auf das 15. Jahrhundert zurückgehende englische Leidenschaft, die sich uns Kontinentaleuropäern nicht so einfach erschließt, ist die Kunst des Change Ringing. Bei dieser ins Deutsche mit Wechselläuten übersetzbaren Kunst werden die Glocken einer Kirche von den Glöcknern der Reihe nach geläutet, ein voller Durchgang heißt „change“. Drei, vier oder mehr, manchmal bis zu 16 Glocken werden der Reihe nach geläutet; bei einem

„Wechsel“ oder „Change“ ist jede Glocke genau einmal dran gekommen. Von Runde zu Runde werden die Glocken in einer anderen Reihenfolge geläutet, wobei noch einige Regeln gelten müssen. Das Wechselläuten ist eine anschauliche Anwendung der Mathematik der Algorithmen, Permutationen und Permutationsgruppen.

Frank Förster

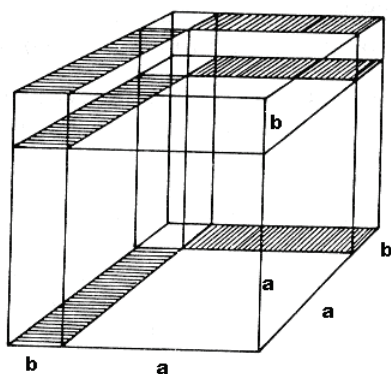
**Eytelwein, Seile und Poller –  
Oder Warum kann ich ein großes Schiff mit einer Hand festhalten? ..... 23**



Ausgehend vom alltäglichen Phänomen der Seilreibung skizziert dieser Artikel einen Weg für einen modellierenden, fächerübergreifenden und experimentellen Mathematikunterricht. Die experimentell nachgewiesene Exponentialfunktion kann dabei in der Sekundarstufe I qualitativ und in der Sekundarstufe II auch quantitativ modelliert werden

Hans Humenberger

**Wie können die komplexen Zahlen in die Mathematik gekommen sein? –  
Gleichungen dritten Grades und die Cardano-Formel ..... 31**



In diesem Aufsatz wird der Bogen gespannt von geometrischen Veranschaulichungen algebraischer Zusammenhänge, die bei der Lösung der allgemeinen kubischen Gleichung eine Rolle gespielt haben könnten, bis hin zur spannenden Geschichte der Entdeckung der Lösungen dieser Gleichungen (16. Jhdt.). In diesem Zusammenhang kamen ja die komplexen Zahlen erstmals in die Mathematik herein, sie blieben aber noch sehr lange Zeit obskure Objekte. Die meisten Mathematiker dieser Zeit und auch noch viel später haben die komplexen Zahlen als absurd abgetan, es

ist ein großes Verdienst von R. Bombelli und G. Cardano, Ausdrücke der Form  $\sqrt{-a}$  mit  $a > 0$  nicht gleich verdammt, sondern sie zugelassen und mit ihnen gerechnet zu haben.

Günter Graumann

**Genetische Einführung in die Trigonometrie ..... 46**

Die Bezeichnung „genetisch“ soll bedeuten, dass die Trigonometrie so entwickelt wird, dass Schülerinnen und Schüler den Sinn der Einführung der neuen Begrifflichkeit erkennen und möglichst viele Schritte selbst entwickeln oder zumindest gut nachvollziehen können, wobei eine Orientierung an der historischen Begriffsgenese eine Grundlage darstellt. Schwerpunkte dafür sind die Gründe für die Entwicklung der Trigonometrie, die mathematischen Hintergründe für die Möglichkeit einer eindeutigen Zuordnung zwischen Winkelmaßen und reellen Zahlen, die Zusammenhänge zwischen den sechs möglichen Funktionen, Wege der Erstellung von Tabellen für die Werte trigonometrischer Funktionen und Kenntnisse über die Entstehung bestimmter Namen in der Geschichte.

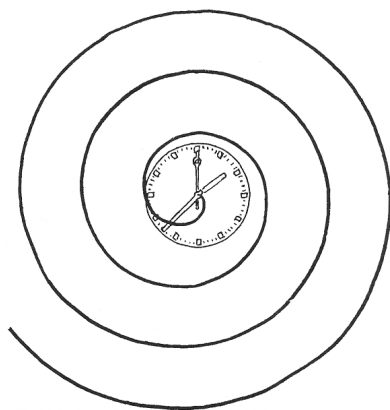


Gerd Christoph

**Dem Zufall auf der Spur – Ein Blick in die Geschichte der Stochastik ..... 56**

Die Ursprünge der Wahrscheinlichkeitsrechnung, der Kunst des „geschickten Vermutens“ liegen im 17. Jahrhundert, als man lernte, „Wahrscheinlichkeiten zu messen“, um Gewinne oder Verluste bei Glücksspielen aufzuteilen, während sich die moderne Statistik erst im 19./20. Jahrhundert entwickelte. Natürlich wurde auch schon in der Antike zur Schicksalsbefragung oder zum Zeitvertreib gewürfelt, ebenso sind amtliche Statistiken wie Volkszählungen aus dem alten Babylon (ca. 3800 v. Chr.) bekannt. In dem Aufsatz wird auf einige historische Aspekte der Entwicklung der Mathematischen Stochastik eingegangen, die heute die Wahrscheinlichkeitstheorie, die Mathematische Statistik und deren Anwendungen umfasst.

Nadine Groh und Herbert Henning

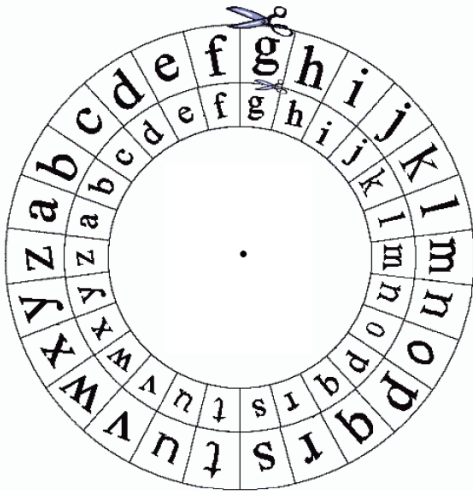
**Spiralen in Kunst, Architektur und Natur – ein mathematisches Phänomen für den Mathematikunterricht ..... 66**

Nicht nur Mathematiker wie Archimedes, Cavalieri, Fermat, Descartes und Bernoulli waren von Spiralen fasziniert, sondern auch Künstler wie Albrecht Dürer, Vincent van Gogh u. v. m. In der Höhlenmalerei waren sie schon zu finden und auch heute sind Spiralen in Kunst und Architektur ein beliebtes Motiv, wie Kunstwerke von Johannes Itten oder Gustav Klimt zeigen. Naturphänomene, wie die spiralförmigen Fruchtstände von Sonnenblumen und Tannenzapfen, Formen von Muscheln, Spiralnebel und Wasserstrudel werden durch Spiralen modelliert. Historische Konstruktionen (Dürer, Archimedes) lassen sich im Mathematikunter-

richt als Ausgangspunkt für mathematische Entdeckungen nutzen. Die „Logarithmische Spirale“ und die „Archimedische Spirale“ werden dabei ausführlich behandelt und „Vernetzungen“ unterschiedlicher mathematischer Inhalte thematisiert.

Karin Richter und Wilma di Palma

**Arbeiten zur Kryptographie der Universalgelehrten Athanasius Kircher und Leon Battista Alberti ..... 75**

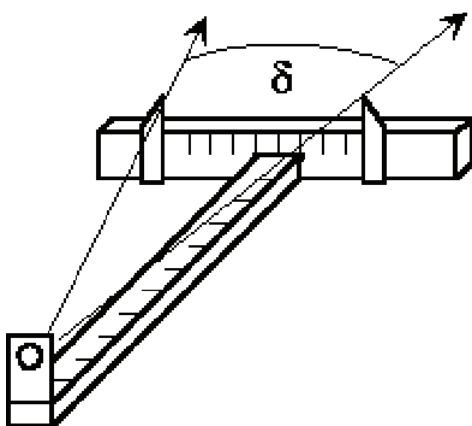


Der Faszination von Geheimschriften kann man sich nur schwer entziehen. Welche Schülerin, welcher Schüler löst nicht gerne Buchstabenrätsel oder verschlüsselt nicht mit Vergnügen selbst kleine Nachrichten, die dann nur für „Eingeweihte“ lesbar sind? Der Artikel wendet sich historischen Beispielen der Beschäftigung mit Kryptographie aus dem 16. und 17. Jahrhundert zu. Anhand von Überlegungen, insbesondere der Mathematiker Athanasius Kircher und Leon Battista, kristallisiert sich eine Gedankenwelt heraus, die nicht nur alles andere als verstaubt ist, sondern vielmehr auch heute noch zum Entdecken und Ausprobieren einlädt. Die Vorschlä-

ge Kirchers zur Kryptographie aus seinem *Organum Mathematicum* und Batistas Chiffrierscheibe bilden den Ausgangspunkt für Arbeitsmaterialien, die unter Einbeziehung historischer Arbeiten zur Kryptografie einen Einblick in die Mathematik des Verschlüsseln eröffnen.

Stephan Herms, Markus Partusch und Torsten Wagner

**„Jakobsstab und Schattenquadrat“ – Historische Messinstrumente im Mathematikunterricht ..... 86**



Die Kunst, Dinge zu vermessen und Größen abzuschätzen, beschäftigte die Menschen schon in der Antike. Im 14. Jahrhundert stieß man auf Grenzen bezüglich des Vermessens der Landschaft oder der Orientierung auf den Weltmeeren. Man fragte sich, ob es nicht andere Möglichkeiten gäbe, Dinge zu vermessen und ob man sich die Mathematik nicht zu Hilfe nehmen könnte? Resultat dieser Gedanken war eine Vielzahl von Messinstrumenten. Diese bedienten sich meist der Trigonometrie und Ähnlichkeit am Dreieck, um Entfernungen und Winkel zu messen. Zwei dieser historischen Messinstrumente,

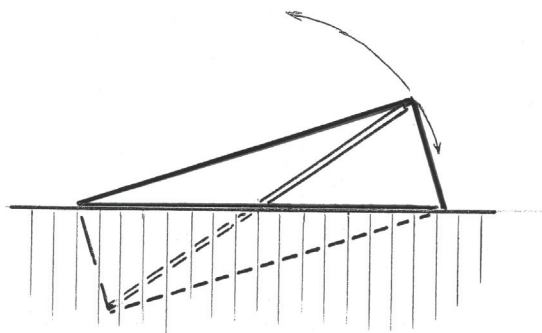
der Jakobsstab und das Schattenquadrat, werden im folgenden Text kurz vorgestellt und ihr Einsatz im Mathematikunterricht erläutert.

Wolfram Eid

**Zeichengeräte – historisch betrachtet ..... 93**

Gängige Zeichengeräte im Geometrieunterricht sind Zirkel und Geodreieck. Diese Hilfsmittel vereinfachen und ermöglichen überhaupt erst Konstruktionen auf dem Papier. Nicht jeder Lernende weiß dies durch pfleglichen Umgang mit denselben zu würdigen. In historisch zurückliegender Zeit war dies anders. Die Entwicklung von Hilfsmitteln zum Konstruieren war eng mit gesellschaftlichen Anforderungen verbunden. Die Entwicklung geeigneter Hilfsmittel wie etwa für die Landvermessung oder für das perspektivische Zeichnen konnte nicht hoch genug geschätzt werden, wie sie darüber hinaus stets auch mit der Herausbildung und weiteren Ausformung der Geometrie als Wissenschaft verbunden war. Aufbau, Einsatz und Funktionsweise ausgewählter Zeichengeräte sollen im Aufsatz zwanglos beschrieben werden.

Heinrich Besuden

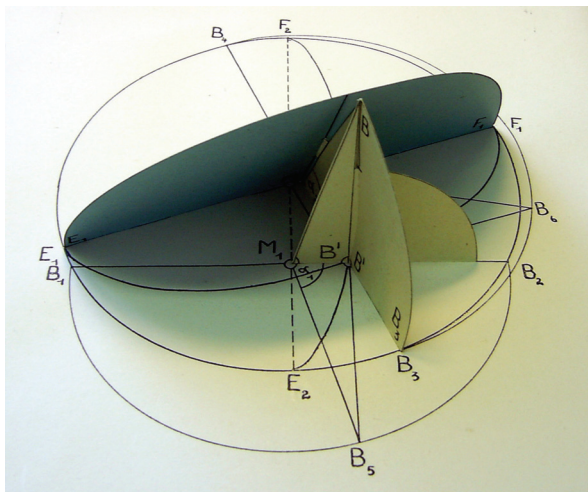
**Zur Förderung des beweglichen Denkens im Geometrieunterricht – alt und doch immer wieder neu ..... 101**

Trotz des wirkungsvollen Einsatzes elektronischer Hilfsmittel für den Geometrieunterricht sollten handgefertigte Arbeitsmittel nicht vergessen werden. Zur Förderung eines beziehungsreichen Denkens sind solche besonders geeignet, die beweglich sind und damit Zusammenhänge aufweisen. An einfachen Beispielen wie Zollstock und Gummiband soll das gezeigt werden.

Thomas Krohn

**Historische astronomisch-mathematische Modelle zum Selbstbau – Unterrichtsmaterialien von Johannes Siegel und ihre Nutzbarkeit im aktuellen Mathematikunterricht ..... 107**

Beginnend in den 1930er Jahren entwickelte der in Chemnitz in Sachsen als Lehrer für Mathematik und Geografie tätige Johannes Siegel (1900 – 1958) begleitend zu seinem Unterricht Karton-Modelle, die seinen Schülern helfen sollten, anschaulich und fassbar, im eigentlichen Sinne des Wortes, mathematische Zusammenhänge zu betrachten. In insgesamt drei Serien entstanden bis 1950 Modelle zur sphärischen



Trigonometrie und Kugelgeometrie sowie zu geografisch-astronomischen Zusammenhängen. Diese Modelle waren aus Karton gefertigt und schnell aus der Vorlage hergestellt, verdeutlichten aber dennoch ein breites Spektrum von einfachen Zusammenhängen, wie dem Entstehen der Jahreszeiten auf der Erde bis zu anspruchsvollen räumlichen Beziehungen, wie dem Schnitt zweier Ellipsen. Heute weitgehend in Vergessenheit geraten, versucht dieser Artikel an ausgewählten Modellen aufzuzeigen, dass auch der heutige Mathematikunterricht Raum für die Anwendung der Siegel'schen Modelle bieten kann.

die Anwendung der Siegel'schen Modelle bieten kann.

Karin Richter und Silvia Schöneburg

**Wurzelziehen mit einfachen Hilfsmitteln (Entdeckungen bei Athanasius Kircher und John Napier) ..... 122**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
I	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
II	2	4	6	8	10	12	14	16	18	0
III	3	6	9	12	15	18	21	24	27	0
IV	4	8	12	16	20	24	28	32	36	0
V	5	10	15	20	25	30	35	40	45	0
VI	6	12	18	24	30	36	42	48	54	0
VII	7	14	21	28	35	42	49	56	63	0
VIII	8	16	24	32	40	48	56	64	72	0
IX	9	18	27	36	45	54	63	72	81	0

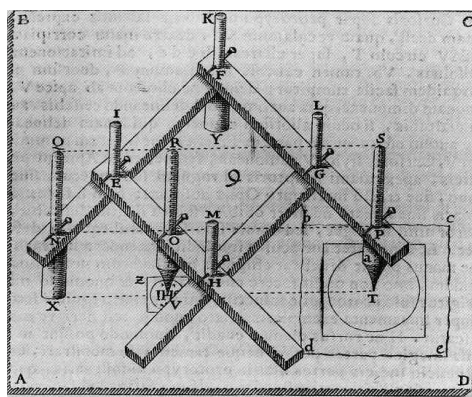
Quadratwurzelziehen ohne Taschenrechner? Eine Zeitreise in die Mathematik des 17. Jahrhunderts macht's möglich. Vor mehr als 300 Jahren entwickelte der Jesuitenpater Athanasius Kircher das „organum mathematicum“, eine „mathematische Orgel“, ausgestattet mit zahlreichen Materialien, die die Auseinandersetzung mit der Mathematik der damaligen Zeit erleichtern sollte, so auch das Wurzelziehen. Anhand der aufbereiteten historischen Materialien tauchen die Schülerinnen und Schüler in einen Mathematikunterricht vor mehr als 300 Jahren ein und entdecken auf spannende Art und Weise, wie man nicht nur Quadratwurzeln, sondern auch

Kubikwurzeln mit der Hand ziehen kann und welche Rolle die Napier-Stäbchen dabei spielen.

Silvia Schöneburg

**Christoph Scheiners Pantograph – das Gerät, der mathematische Hintergrund und Arbeiten mit historischen Texten ..... 137**

Der Pantograph, auch Storchschnabel genannt, ist auch heute noch vielen Menschen ein Begriff, oft findet er sich sogar in Kinderzimmern wieder. Die mathematische Einfachheit, die den Pantographen auszeichnet, ebenso wie seine bis heute



anhaltende Präsenz und insbesondere auch seine Einbettung in eine wissenschaftlich besonders interessante und bedeutungsvolle Zeitepoche, die des Barocks, legen es nahe, mit Schülerinnen und Schülern sich dieser mathematikhistorischen Thematik zu nähern. Die Grundlage zur Auseinandersetzung mit dieser Thematik liefert dabei das Lehrbuch „Pantographice seu ars delineandi“ (1631) des Jesuiten und Universalgelehrten Christoph Scheiner. Aber sind jahrhundertealte mathematische Originaltexte geeignet, um von Schülerinnen und Schülern gelesen, ja untersucht und bearbeitet zu werden? Der Artikel versucht, darauf eine Antwort herauszuarbeiten

Kerstin Zobel

**„Mathematikunterricht vor 100 Jahren“ –  
Schülerinnen und Schüler der Jahrgangsstufen 5 – 7 auf Spurensuche ..... 148**



Mathematikgeschichte ist spannend, regt zu intensiver Beschäftigung an und hilft, so manche mathematische Zusammenhänge leichter oder besser zu verstehen und zu behalten. Diese Erkenntnis findet immer nachhaltiger Eingang in die Gestaltung des Mathematikunterrichts. Im Unterschied dazu wird die Geschichte des Mathematikunterrichts kaum thematisiert. Was lernten Kinder in früheren Zeiten? Wie lernten sie? Welche Bedeutung hatten ihre Schulbücher dabei? Wie sahen ihre Hausaufgaben aus? ... Fragen, die beim näheren Hinschauen

nicht nur spannend sind, sondern die auch einen Einblick in die Welt der (Beschäftigung mit) Mathematik ermöglichen, der durch den Vergleich des Lernens in früheren Zeiten mit den eigenen Erfahrungen und Erlebnissen im Unterricht zu tieferen Eindrücken führt. Das vorgestellte Projekt zeigt eine Möglichkeit für eine solche faszinierende Spurensuche zur Geschichte des Mathematikunterrichts.

# Der Tunnel von Samos

von Hans-Wolfgang Henn und Jan Hendrik Müller, Dortmund

Im 6. Jahrhundert vor Christus ließ Polykrates, der berühmte Tyrann von Samos, einen 1036 m langen Tunnel durch den bis zu 300 m hohen Mount Kastro bauen, um eine sichere Wasserversorgung seiner Stadt zu gewährleisten. Ausgeführt wurde der Tunnel von dem Ingenieur Eupalinos, der von beiden Seiten aus bohren ließ, bis sich beide Gruppen in der Mitte des Berges trafen. Es ist bis heute unbekannt, wie Eupalinos und seine Leute mit den ihnen zur Verfügung stehenden Methoden den Tunnelbau – vor allem das Treffen in der Mitte – vollbracht haben konnten. Es gibt zwei Erklärungsversuche für diese Meisterleistung antiker Baukunst. Eine Theorie entwickelte Heron von Alexandria im 1. nachchristlichen Jahrhundert. Heron ist uns hauptsächlich durch das Heron-Verfahren zur Quadratwurzelberechnung bekannt, er war aber auch ein begnadeter Ingenieur. Die zweite Theorie wurde von zwei britischen Historikern in der Mitte des 20. Jahrhunderts vorgeschlagen. Beide Methoden verwenden höchst interessante Ideen aus der Elementargeometrie und können „an der Tafel“ und im praktischen Feldversuch nachvollzogen werden.

## 1. Eine Tagung auf Samos

Manchmal hat man Glück. So ging es dem ersten Autor, als er vor einigen Jahren die Gelegenheit hatte, an einer Tagung auf der schönen Insel Samos teilnehmen zu können. Samos liegt in unmittelbarer Nähe des türkischen Festlands (vgl. Pfeil in Abb. 1).



Abb. 1: Die Insel Samos

Klar, beim Ortsnamen Samos denkt man als Mathematiker an unseren großen Zunftgenossen Pythagoras von Samos, der laut Wikipedia etwa von 570 bis 510 v. Chr. lebte. Die Hauptstadt der Insel, die wie die ganze Insel ebenfalls Samos hieß, wurde 1955 zu Ehren des Pythagoras in Pythagorion (Abb. 2) umbenannt.



Abb. 2: Pythagorion auf Samos

Als ehemaliger Schüler eines humanistischen Gymnasiums mit Altgriechisch als Pflichtfach denkt man auch an Polykrates, den Tyrannen von Samos, dem Schiller mit dem „Ring des Polykrates“ ein Denkmal gesetzt hat. Das Geburtsjahr von Polykrates scheint nicht bekannt zu sein. In seiner Regierungszeit, (etwa) von 538 bis zu seinem Todesjahr 522 v. Chr. beherrschte Polykrates die Ägäis. Er war ein Förderer von Kunst und Wissenschaft – allerdings war Pythagoras ein erbitterter Gegner des Tyrannen: Pythagoras verließ beim Regierungsantritt des Polykrates die Insel, hat also ziemlich sicher mit dem im Folgenden studierten Tunnel nichts zu tun gehabt. Wie viele andere Tyrannen hatte auch Polykrates ein schlimmes Ende: Der persische Satrap Oroides besiegte ihn, ließ ihn töten und

seine Leiche ans Kreuz schlagen. Ungefähr dieses Wissen hatten wir von der Schulzeit her noch im (Hinter-)Kopf.

An einem Abend während der Tagung konnten die Tagungsteilnehmer den Film *The Tunnel of Samos* (1995) sehen und erfahren, dass zur Zeit des Polykrates ein Tunnel zur Wasserversorgung durch den Bergrücken hinter Pythagorion (vgl. Abb. 1) gebohrt worden war und dass dieser Tunnel zugänglich sei; genauer lag der Eingang zum Tunnel in Sichtweite des Tagungshotels. Am nächsten Tag gab es eine Führung dorthin. Klar, dass fast alle Tagungsteilnehmer dabei waren!

## 2. Der Bericht von Herodot

Etwa 100 Jahre nach Pythagoras schrieb Herodot, der „Vater der Geschichtsschreibung“ seine berühmten „Historien“, die als einziges seiner Werke erhalten geblieben sind. Er berichtete auch ausführlich über Samos und Polykrates. Die Zeit des Polykrates war die Blütezeit der Insel. In dem für uns wichtigen 3. Buch schreibt Herodot in Absatz 60 (in der Übersetzung von Friedrich Lange, S. 262, 1885):

*Ich habe mich bei den Samiern etwas länger verweilt, weil sie drei Werke gemacht, die größten in ganz Hellas. Erstlich durch einen Berg, der ist hundertfünfzig Klafter hoch, durch den haben sie unten am Fuß einen Graben durchgemacht mit zwei Mündungen. Die Länge dieses Grabens beträgt sieben Stadien, die Höhe und Breite aber acht Fuß. In diesem Graben ist der ganzen Länge nach ein anderer Graben gemacht, zwanzig Ellen tief und drei Fuß breit; durch diesen wird das Wasser aus einem großen Born in Röhren geleitet, die führen es in die Stadt. Der Baumeister dieses Grabens war Eupalinos, des Naustrophos Sohn von Megara.*

Die beiden anderen Werke, die Herodot noch erwähnt, sind die gewaltige Hafenmole und der Tempel der Göttin Hera. Vollständig erhalten bis heute ist nur der Tunnel. Polykrates gilt als Bauherr des Tunnels; vermutlich wurde aber der Tunnelbau schon von seinem Vater Aiakes begonnen. Die

oben zitierte Stelle bei Herodot ist der einzige bekannte Hinweis auf den Baumeister Eupalinos – wir wissen sonst nichts über ihn, seine weiteren Werke und sein Baumeethoden.

## 3. Wasser für Pythagorion

Wieso bauten die alten Griechen einen solchen Tunnel? Dank Google Maps können wir die geographische Situation genau anschauen (Abb. 3 und 4).



Abb. 3: Pythagorion vom Satelliten aus



Abb. 4: Geländebild von Pythagorion

Hinter der Stadt erstreckt sich von West nach Süd ein bis zu 230 m hoher Bergrücken, der Berg Kastros. Zur Zeit des Polykrates gab es eine Stadtmauer über den Berg, die die Stadt schützte, was in den damaligen kriegerischen Zeiten notwendig war. Ein Problem war aber die Wasserversorgung bei einer Belagerung, da es im Stadtgebiet südlich des Berges keine Quelle gab. Erst im Norden des Kastros gab es die Quelle Agiades. Vor mehr als 2.600 Jahren war es die geniale Leistung von Eupalinos die Wasserversorgung für die damals etwa 20.000 Einwohner<sup>1</sup> zählende Stadt Samos

<sup>1</sup> Herodot behauptet, dass Samos 300.000 Einwohner gehabt hätte, was sicher übertrieben ist.

durch den Bau eines Tunnels durch den Berg Kastro sicher zu stellen. Den fraglichen Teil des Kastro beschreibt die geschlossene Höhenlinie im linken oberen Bereich von Abb. 4. Einen genaueren Verlauf der Wasserleitung zeigt Abb. 5.

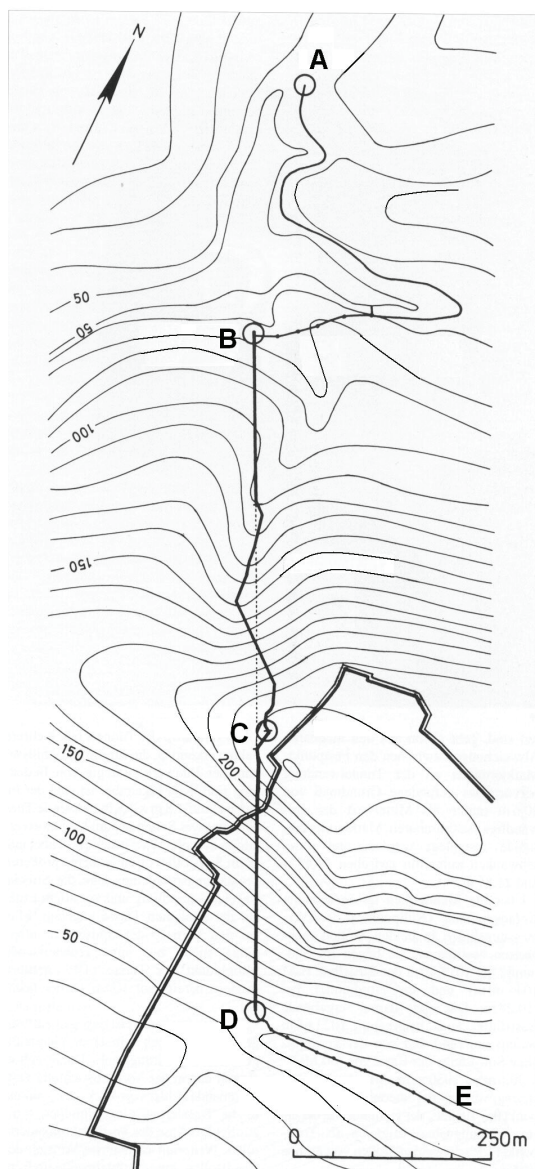


Abb. 5: Der Verlauf der Wasserleitung

In A entspringt die Quelle Agiades. Bis zum Eintritt in den Tunnels bei B lief das Wasser in einer etwa 900 m langen, unterirdischen, aber von oben gebohrten Leitung; diese „Quanat-Technik“ war bei den Hochkulturen des Mittelmeerraums schon seit Jahrhunderten bekannt. Von der Eintrittsöffnung B bis zum Austritt D lief das Wasser durch den 1036 m langen Tunnel und unterquerte dabei auch die Stadtmauer. Ab dann gab es eine weitere unterirdische Lei-

tung, die ca. 500 m in Richtung E zu einem Brunnenhaus in der Stadt Samos führte.

#### 4. Der Tunnel des Eupalinos

Das Besondere am Tunnel ist, dass Eupalinos ihn von beiden Seiten aus, also von B und von D aus bohren ließ. Diese Bauweise heißt „Gegenortvortrieb“. Beide Bohrmannschaften trafen sich unterhalb des Stadtmauerbergs bei C. Abb. 6 zeigt den Tunnel, wie er heute zu sehen ist.



Abb. 6: Blick in den Tunnel

Der Eintrittspunkt B und der Austrittspunkt D haben die gleiche Meereshöhe von etwa 55 m; es liegen also bis zu 180 m Fels über dem Tunnel, so dass Kontrollbohrungen nach oben zur Richtungskontrolle unmöglich waren. Der vorhandene Tunnel zeigt, dass die alten Griechen den Bau durchführen konnten, es ist bis heute letztendlich ungeklärt, wie Eupalinos die Vermessungsprobleme beim Bau des Tunnels bewältigt hat. Es gibt nur einige mehr oder weniger plausible Theorien (vgl. Apostol, 2004; Goodfield, 1964; Greve, 1998; Kienast, 1995; van der Waerden, 1966). Die beiden wichtigsten Fragen sind: Wie legt man zwei Punkte in gleicher Meereshöhe an? Wie bestimmt man die Richtung, in der gegraben werden soll? Diese Fragen macht den mathematischen Reiz des Problems aus! In den folgenden beiden Abschnitten werden wir zwei Theorien näher kennen lernen.

Der Berg Kastro besteht aus solidem Kalkstein. Zum Graben des Tunnels standen nur Hammer und Meißel zur Verfügung. Die Grabetechnik als solche war be-