Andreas Filler
Anselm Lambert (Hrsg.)

Geometriedidaktik
zwischen
Geometrie und Didaktik

Vorträge auf der 35. Herbsttagung des Arbeitskreises Geometrie in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 14. bis 16. September 2018 in Saarbrücken

Andreas Filler, Anselm Lambert (Hrsg.)

Geometriedidaktik
zwischen Geometrie und Didaktik
Arbeitskreises Geometrie 2018

ISBN 978-3-88120-614-3

1. Auflage 2019
Veröffentlicht im Verlag Franzbecker
Hildesheim

Inhaltsverzeichnis

Editorial

Andreas Filler, Anselm Lambert

Der vorliegende Tagungsband enthält Beiträge der Herbsttagung 2018 des Arbeitskreises Geometrie in der GDM, die unter dem übergeordneten Thema *Geometriedidaktik zwischen Geometrie und Didaktik* stand. Dementsprechend umfassen die Beiträge ein breites Themenspektrum von im engeren Sinne didaktischen Themen über für den Geometrieunterricht oder die Begabtenförderung interessante fachlich orientierte Abhandlungen bis hin zu physikalischen Bezügen sowie die Lehre von Geometrie betreffenden historischen Betrachtungen.

Stephanie Gleich beschreibt in ihrem Beitrag *Beeinflusst mathematisches Arbeiten kreative Fähigkeiten einer Person? – Zur Konzeption einer Studie* Untersuchungen zu der Frage, ob mathematisches Arbeiten Einfluss auf globale kreative Fähigkeiten einer Person hat. Dazu zieht sie einen neuen Aufgabentyp zu Dreieckskonstruktionen heran, dessen Problemstellungen als Übungsfeld zum Betreiben von Mathematik – im Sinne des Findens, Lösens und Weiterentwickelns von Problemen – dienen können.

In seinem Beitrag *Winkelblicke – Diskussion zum Winkelbegriff in der Ebene und vertiefende Auseinandersetzung im Geometrieunterricht* entwickelt *Andreas Kirsche* eine Lernumgebung, die ein alternatives Winkelmaß – den Kreuzabstand – aufgreift, um insbesondere den Ähnlichkeitsaspekt des Winkels zu betonen. Er begründet, dass der Kreuzabstand bei der Beschreibung der Relation sich schneidender Geraden natürlicher wirken kann als das kanonische Winkelmaß und daher leichter zugänglich sein kann.

Hans Walser zeigt in seinem Beitrag *Umkehrung* auf, wie Perspektivenwechsel zu neuen Einsichten führen können. Anhand der Umkehrung einer Schulbuchaufgabe der Sekundarstufe II – Bestimmung der Tangenten an eine Parabel durch einen gegebenen Punkt – kommt er zu einer Verallgemeinerung der Begriffe *Thaleskreis* und *Ortsbogen* und untersucht „Thaleskurven“ und Ortsbögen von Parabeln, Ellipsen und Hyperbeln.

Ebenfalls ein Thema der Sekundarstufe II greift *Stefan-Harald Kaufmann* auf: *Die Entwicklung dynamischer Vorstellungen zu vektoriellen Geradenbeschreibungen*. Er beschreibt einen Unterrichtsversuch, der mit dem Ziel durchgeführt wurde, dynamische Interpretationen von vektoriellen Geradenbeschreibungen im Unterricht stärker zu gewichten, und dabei gemachte Beobachtungen.

Ausgangspunkt des Beitrags von *Hartmut Müller-Sommer* ist die geometrische Situation zur Erzeugung der *Wallace-Geraden*. Dabei handelt es sich um Geraden, auf denen die Fußpunkte der von einem Punkt des Umkreises aus auf die Trägergeraden der Dreiecksseiten gefällten Lote liegen. Ein *Perspektivwechsel* führt zu neuen „Umkurven" und zu Verallgemeinerungen der Wallace-Geraden, des Feuerbach-Kreises und der Euler-Geraden.

Heinz Schumann überträgt in seinem Beitrag *„Regelmäßige" räumliche Polygone* die Seiten- und Winkelgleichheit zur Definition der regelmäßigen ebenen Polygone auf die räumlichen Polygone und zeigt für derartige Polygone niedriger Eckenanzahl (Sechs-, Sieben- und Achtecke) elementargeometrische Konstruktionsmöglichkeiten mittels Dynamischer Raumgeometrie-Systeme auf. Weiterhin wird ein koordinatengeometrischer Beweis für die Erfassung aller Typen „regelmäßiger" räumlicher Sechsecke skizziert.

Der Beitrag *Wilhelm Fiedler: darstellende Geometrie und Förderung der Anschauung* von *Klaus Volkert* ist gleichermaßen historisch wie aktuell. Zu den didaktischen Leitlinien Wilhelm Fiedlers (1832–1912) zählten u. a. die Fusion von ebener und Raumgeometrie, die Beweglichkeit (Figuren als Teile eines Systems, die variieren können), Problemlösen und Eigenaktivität als methodische Prinzipien sowie die Betonung der Wichtigkeit des Konstruierens für das Erlernen von Geometrie.

Beweisen durch Messen in der Geometrie scheint unmöglich zu sein. *Edmond Jurczek* zeigt in seinem Beitrag *Wie möglich ist in der Geometrie ein Beweisen durch Messen?* anhand von Beispielen auf, dass dies nicht uneingeschränkt zutrifft. Das historische Schlüsselbeispiel stammt aus dem Gebiet der Differentialgeometrie und zieht sich hin zur Messung der Raumkrümmung im Rahmen der Allgemeinen Relativitätstheorie. Eingegangen wird auch auf Messungen zur Überprüfung der Theorie der Gravitationswellen mit extrem hohen Anforderungen an die (geometrische) Messgenauigkeit.

Beeinflusst mathematisches Arbeiten kreative Fähigkeiten einer Person? – Zur Konzeption einer Studie.

Stephanie Gleich

Zusammenfassung. In fachdidaktischer Literatur werden häufig Zusammenhänge zwischen mathematischem Arbeiten und Kreativität genannt. So schreibt zum Beispiel Collet (2009), dass Kreativität zum Lösen von mathematischen Problemen benötigt wird, wobei Leuders (2011) hervorhebt, dass ein „noch höheres Maß an Kreativität nötig ist, um sinnvolle Probleme überhaupt zu finden“. Auch in anderen Bereichen der mathematisch-didaktischen Literatur werden immer wieder Zusammenhänge zur Kreativität beschrieben. Mit der Anwendung von sogenannten Kreativitätsroutinen (Weth, 1997) kann beispielsweise das Hervorbringen von Kreativem, in diesem Fall von neuen mathematischen Begriffen unterstützt werden. Zudem werden auch Vorschläge genannt, wie Kreativität trainiert werden kann (Winter, 1991). Insgesamt ist der Literatur eine verbreitete Überzeugung zu entnehmen, dass zum mathematischen Arbeiten Kreativität benötigt wird und dass „man Kreativität in bestimmten Umfang lernen kann […], wenn auch Belege hierfür […] sehr schwer zu erbringen sind“ (Zech, 1996). Im Rahmen einer Dissertation wird der Frage nachgegangen, ob durch das Betreiben von Mathematik die Kreativität einer Person beeinflusst werden kann. Es wird also nicht untersucht, ob durch mathematisches Arbeiten mathematische Problemlösefähigkeiten gefördert werden oder, ob dadurch spezifische mathematische Inhalte gelernt werden können. Es soll erforscht werden, ob mathematisches Arbeiten Einfluss auf globale kreative Fähigkeiten einer Person hat, die auch außerhalb der Mathematik deutlich werden können.

Die Konzeption dieses Forschungsvorhabens wird in diesem Beitrag beschrieben. In den ersten Abschnitten werden dazu die Begrifflichkeiten „Kreativität“ und „mathematisches Arbeiten“ erläutert und anschließend ein Aufgabentyp zu Dreieckskonstruktionen vorgestellt, der mathematisches Arbeiten im beschriebenen Sinn ermöglicht. Abschließend wird das Design des Forschungsvorhabens dargestellt.

Zum Begriff Kreativität

Psychologen beschreiben den Begriff Kreativität ähnlich wie die Intelligenz, indem sie unterschiedliche Aspekte der Kreativität hervorheben und sie dadurch greifbar machen (vgl. Abb. 1).

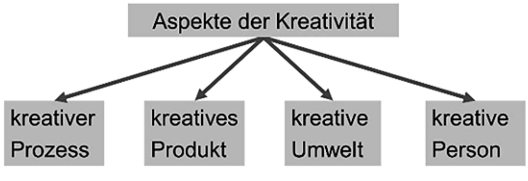

Abb. 1: Verschiedene Aspekte der Kreativität

Im Ansatz des kreativen Prozesses wird analysiert, wie ein kreativer Prozess abläuft. Ein bekannter Vertreter dieses Ansatzes ist Hadamard, der in seinem Vier-Phasen-Modell (1945) beschreibt, dass nach einer bewussten Einarbeitungsphase in ein Problem (Präparation) die Ideenfindung unterbewusst abläuft (Inkubation). Die entscheidende Lösungsidee dringt, im Sinne des „Heureka-Effekts", wie ein Geistesblitz ins Bewusstsein (Illumination) wonach sich eine bewusste Phase der Überprüfung der Ideen anschließt, die zu einer geordneten Lösungsdarstellung führt (Verifikation).

Das Ergebnis solch eines kreativen Prozesses kann ein sogenanntes kreatives Produkt sein, wie zum Beispiel ein herausragendes Kunstwerk, eine überraschende Idee, ein neuartiges Bauteil oder aber auch eine Lösung eines bisher ungelösten mathematischen Problems. Im Erklärungsansatz des kreativen Produkts beschreibt die Psychologie unter anderem Kriterien, die diese Produkte auszeichnen. Häufig genannte Kriterien sind die „Neuartigkeit" und die „Ungewöhnlichkeit" eines Produkts, wobei vor allem die fachdidaktische Literatur die Neuartigkeit eines Produkts häufig nicht global betrachtet, sondern ein Produkt bereits dann als neu auffasst, wenn es für ein Individuum subjektiv neu ist (vgl. Weth 1997). Die beiden Kriterien „Neuartigkeit" und „Ungewöhnlichkeit" werden zudem häufig durch die „Angemessenheit" eines Produkts ergänzt, um sicher zu stellen, dass das Produkt zumindest für einen bestimmten Kontext sinnvoll ist.

Ein weiterer Blickwinkel ist die kreative Umwelt, worin kreativitätsfördernde und -hemmende Einflussfaktoren beschrieben werden. Daraus können unter anderem Empfehlungen für einen kreativitätsfördernden Unterricht abgeleitet werden. Das Ermöglichen von selbstständigem Arbeiten und Experimentieren ohne Bewertungsdruck und ein wertschätzender Umgang mit Schülerergebnissen sind Beispiele für kreativitätsfördernde Bedingungen im Unterricht (vgl. Zech, 1996, S. 354f).

Der für das in diesem Beitrag vorgestellte Forschungsvorhaben wichtigste Ansatz ist die kreative Person. Darin werden kreative Persönlichkeiten auf ihre spezifischen Eigenschaften hin untersucht und daraus kreative Fähigkeiten abgeleitet. Kreative Personen zeichnen sich demnach durch ein erhöhtes Maß an folgenden Fähigkeiten aus (vgl. Guilford & Hoepfner, 1976):